

Formelsammlung Mathematik

Um mit den einzelnen Formeln zu rechnen, klicken Sie in der Formelsammlung auf RECHNE.
<http://www.fersch.de>

Klemens Fersch

10. August 2010

Inhaltsverzeichnis

1 Algebra	4
1.1 Grundlagen	4
1.1.1 Grundrechnungen	4
1.1.2 Grundrechenregeln	4
1.1.3 Wurzeln	4
1.1.4 Logarithmengesetze	5
1.1.5 Potenzrechnung	5
1.2 Kaufmännisches Rechnen	5
1.2.1 Prozentrechnung	5
1.2.2 Promillerechnung	5
1.2.3 Zinsrechnung (Jahreszins)	5
1.2.4 Zinsrechnung (Tageszins)	6
1.2.5 Zinsrechnung (Monatszins)	6
1.2.6 Zinsfaktor	6
1.2.7 Zinseszinsformel	6
1.2.8 Degressive Abschreibung	6
1.3 Einfache Umformungen	7
1.3.1 Umformen nach x Typ $a \cdot x = b$	7
1.3.2 Umformen nach x Typ $a + x = b$	7
1.3.3 Umformen nach x Typ $a - x = b$	7
1.3.4 Umformen nach x Typ $x/a = b$	7
1.3.5 Umformen nach x Typ $a \cdot x + b = c$	7
1.3.6 Umformen nach x Typ $a \cdot x - b = c$	8
1.3.7 Umformen nach x Typ $b - a \cdot x = c$	8
1.3.8 Umformen nach x Typ $a/x = b$	8
1.3.9 Umformen nach x Typ $a/x + b = c$	8
1.4 Umformungen/Lösungen	8
1.4.1 Binomischer Satz	8
1.4.2 Berechnung der Binomialkoeffizienten	8
1.4.3 1. Binomische Formel	9
1.4.4 2. Binomische Formel	9
1.4.5 3. Binomische Formel	9
1.4.6 Mittelwerte	9
1.4.7 Lösung quadratischer Gleichungen $x^2 = a$	10
1.4.8 Lösung quadratischer Gleichungen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$	10
1.4.9 Lösung linearer Gleichungssysteme	10
1.4.10 Determinante	10
1.5 Funktionen	10
1.5.1 Gerade durch den Ursprung	10
1.5.2 Geradengleichung (lineare Funktion)	11
1.5.3 Steigung m durch zwei Punkte	11
1.5.4 Parabel (quadratische Funktion)	11

1.5.5	Exponentialfunktion (Basis e)	12
1.5.6	Exponentialfunktion	12
1.5.7	Logarithmusfunktion (Natürlicher Logarithmus)	12
1.5.8	Ableitung	12
1.5.9	Wichtige Ableitungen	12
1.5.10	Ableitungsregeln	13
1.5.11	Integralrechnung	13
1.5.12	Rechengesetze Integrale	13
1.5.13	1. Hauptsatz der Integralrechnung	13
1.5.14	Integraltabelle	13
1.6	Kombinatorik	14
1.6.1	Fakultät	14
1.6.2	Kombination (ohne Anordnung; ohne Wiederholung)	14
1.6.3	Kombination (ohne Anordnung; mit Wiederholung)	14
1.6.4	Variation (mit Anordnung; ohne Wiederholung)	14
1.6.5	Variation (mit Anordnung; mit Wiederholung)	14
2	Geometrie	15
2.1	Dreieck	15
2.1.1	Allgemeines Dreieck: Fläche (Grundlinie-Höhe)	15
2.1.2	Allgemeines Dreieck: Fläche (2 Seiten - Winkel)	15
2.1.3	Allgemeines Dreieck: Umfang	15
2.1.4	Rechtwinkeliges Dreieck: Fläche	15
2.1.5	Rechtwinkeliges Dreieck: Pythagoras	16
2.1.6	Rechtwinkeliges Dreieck: Höhensatz	16
2.1.7	Rechtwinkeliges Dreieck: Kathetensatz	16
2.1.8	Gleichseitiges Dreieck: Fläche	17
2.1.9	Gleichseitiges Dreieck: Höhe	17
2.2	Viereck	17
2.2.1	Quadrat:Fläche	17
2.2.2	Quadrat:Umfang	17
2.2.3	Quadrat:Diagonale	18
2.2.4	Rechteck:Fläche	18
2.2.5	Rechteck:Umfang	18
2.2.6	Rechteck:Diagonale	19
2.2.7	Trapez: Fläche	19
2.2.8	Parallelogramm:Fläche	19
2.2.9	Raute:Fläche	19
2.2.10	Drachen:Fläche	20
2.3	Kreis	20
2.3.1	Durchmesser-Radius	20
2.3.2	Kreisfläche	20
2.3.3	Umfang	20
2.3.4	Fläche eines Sektors (Bogenmaß)	21
2.3.5	Fläche eines Sektors (Grad)	21
2.3.6	Kreisbogen (Bogenmaß)	21
2.3.7	Kreisbogen (Grad)	21
2.3.8	Kreisring	22
2.4	Stereometrie	22
2.4.1	Prisma:Volumen	22
2.4.2	Würfel:Volumen	22
2.4.3	Würfel:Oberfläche	23
2.4.4	Würfel:Raumdiagonale	23
2.4.5	Quader:Volumen	23
2.4.6	Quader:Oberfläche	23
2.4.7	Quader:Raumdiagonale	24
2.4.8	Kreiszylinder:Volumen	24
2.4.9	Kreiszylinder:Oberfläche	24
2.4.10	Hohlzylinder	25

2.4.11	Kreisegel:Volumen	25
2.4.12	Kreisegel:Oberfläche	25
2.4.13	Kugel: Volumen	25
2.4.14	Kugel:Oberfläche	25
2.5	Trigonometrie	26

1 Algebra

1.1 Grundlagen

1.1.1 Grundrechnungen

Addition

Summand + Summand = Summe

Subtraktion

Minuend – Subtrahend = Differenz

Multiplikation

Faktor · Faktor = Produkt

Division

Divident : Divisor = Quotient

1.1.2 Grundrechenregeln

Kommutativgesetz

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$a + b = b + a$$

Assoziativgesetz

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Distributivgesetz

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

1.1.3 Wurzeln

Rechengesetze

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

1.1.4 Logarithmengesetze

Definition des Logarithmus

$$c = \log_b a \Leftrightarrow b^c = a$$

Rechengesetze

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$$

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

$$\log a^n = n \log a$$

$$\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$$

1.1.5 Potenzrechnung

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-Faktoren}}$$

Rechengesetze

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

1.2 Kaufmännisches Rechnen

1.2.1 Prozentrechnung

$$P_w = \frac{p \cdot G}{100} \text{ Rechne}$$

$$p = \frac{P_w \cdot 100}{G} \text{ Rechne}$$

$$G = \frac{P_w \cdot 100}{p} \text{ Rechne}$$

Prozentwert	P_w	$Euro$	Europa	
Prozentsatz	p	%	Prozent	
Grundwert	G	$Euro$	Europa	

1.2.2 Promillerechnung

$$P_w = \frac{p \cdot G}{1000} \text{ Rechne}$$

$$p = \frac{P_w \cdot 1000}{G} \text{ Rechne}$$

$$G = \frac{P_w \cdot 1000}{p} \text{ Rechne}$$

Prozentwert	P_w	$Euro$	Europa	
Promille	p			
Grundwert	G	$Euro$	Europa	

1.2.3 Zinsrechnung (Jahreszins)

$$z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100} \text{ Rechne}$$

$$p = \frac{z \cdot 100}{K \cdot t} \text{ Rechne}$$

$$K = \frac{z \cdot 100}{p \cdot t} \text{ Rechne}$$

$$t = \frac{z \cdot 100}{K \cdot p} \text{ Rechne}$$

Zinsen	z	$Euro$	Europa	
Zinssatz	p	%	Prozent	
Kapital	K	$Euro$	Europa	
Anzahl der Jahre	t		Jahre	

1.2.4 Zinsrechnung (Tageszins)

$$z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} \text{ Rechne}$$

$$p = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot t} \text{ Rechne}$$

$$K = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t} \text{ Rechne}$$

$$t = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot K} \text{ Rechne}$$

Zinsen	z	<i>Euro</i>	Europa	
Zinssatz	p	%	Prozent	
Kapital	K	<i>Euro</i>	Europa	
Anzahl der Tage	t		Tage	

1.2.5 Zinsrechnung (Monatszins)

$$z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 12} \text{ Rechne}$$

$$p = \frac{z \cdot 100 \cdot 12}{K \cdot t} \text{ Rechne}$$

$$K = \frac{z \cdot 100 \cdot 12}{p \cdot t} \text{ Rechne}$$

$$t = \frac{z \cdot 100 \cdot 12}{p \cdot K} \text{ Rechne}$$

Zinsen	z	<i>Euro</i>	Europa	
Zinssatz	p	%	Prozent	
Kapital	K	<i>Euro</i>	Europa	
Anzahl der Monate	t			

1.2.6 Zinsfaktor

$$q = 1 + \frac{p}{100} \text{ Rechne}$$

$$p = (q - 1) \cdot 100 \text{ Rechne}$$

Zinsfaktor	q			
Zinssatz	p	%	Prozent	

1.2.7 Zinseszinsformel

$$K_t = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t \text{ Rechne}$$

$$K_0 = \frac{K_t}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^t} \text{ Rechne}$$

$$t = \frac{\ln(K_t) - \ln(K_0)}{\ln\left(1 + \frac{p}{100}\right)} \text{ Rechne}$$

$$p = \left(t \sqrt{\frac{K_t}{K_0}} - 1\right) \cdot 100 \text{ Rechne}$$

Kapital nach t Jahren	K_t	<i>Euro</i>	Europa	
Anfangskapital	K_0	<i>Euro</i>	Europa	
Zinssatz	p	%	Prozent	
Anzahl der Jahre	t		Jahre	

1.2.8 Degressive Abschreibung

$$B_t = B_0 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^t \text{ Rechne}$$

$$B_0 = \frac{B_t}{\left(1 - \frac{p}{100}\right)^t} \text{ Rechne}$$

$$t = \frac{\ln(B_t) - \ln(B_0)}{\ln\left(1 - \frac{p}{100}\right)} \text{ Rechne}$$

$$p = \left(1 - t \sqrt{\frac{B_t}{B_0}}\right) \cdot 100 \text{ Rechne}$$

Buchwert	B_t	<i>Euro</i>	Deutschland	
Anschaffungswert	B_0	<i>Euro</i>	Deutschland	
Abschreibungssatz	p	%		
Anzahl der Jahre	t		Jahre	

1.3 Einfache Umformungen

1.3.1 Umformen nach x Typ $a \cdot x = b$

$$a \cdot x = b$$

$$x = \frac{b}{a} \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$5 \cdot x = 45 \quad / \div 5$$

$$x = \frac{45}{5}$$

$$x = 9$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			

1.3.2 Umformen nach x Typ $a + x = b$

$$a + x = b$$

$$x = b - a \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$5 + x = 45 \quad / - 5$$

$$x = 45 - 5$$

$$x = 40$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			

1.3.3 Umformen nach x Typ $a - x = b$

$$a - x = b$$

$$x = a - b \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$75 - x = 45 \quad / + x$$

$$75 = 45 + x \quad / - 45$$

$$x = 75 - 45$$

$$x = 30$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			

1.3.4 Umformen nach x Typ $\frac{x}{a} = b$

$$\frac{x}{a} = b$$

$$x = a \cdot b \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$\frac{x}{7} = 9 \quad / \cdot 7$$

$$x = 9 \cdot 7$$

$$x = 63$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			

1.3.5 Umformen nach x Typ $a \cdot x + b = c$

$$a \cdot x + b = c$$

$$x = \frac{c-b}{a} \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$5 \cdot x + 4 = 49 \quad / - 4$$

$$5 \cdot x = 45 \quad / \div 5$$

$$x = 9$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			
beliebige Zahl	c			

1.3.6 Umformen nach x Typ $a \cdot x - b = c$

$$a \cdot x - b = c$$

$$x = \frac{c+b}{a} \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$5 \cdot x - 4 = 41 \quad / + 4$$

$$5 \cdot x = 45 \quad / \div 5$$

$$x = 9$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			
beliebige Zahl	c			

1.3.7 Umformen nach x Typ $b - a \cdot x = c$

$$b - a \cdot x = c$$

$$x = \frac{b-c}{a} \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$4 - 5 \cdot x = 49 \quad / - 4$$

$$-5 \cdot x = 45 \quad / \div (-5)$$

$$x = -9$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			
beliebige Zahl	c			

1.3.8 Umformen nach x Typ $a/x = b$

$$\frac{a}{x} = b$$

$$x = \frac{a}{b} \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$\frac{48}{x} = 6 \quad / \cdot x$$

$$48 = 6 \cdot x \quad / \div 6$$

$$x = 8$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			

1.3.9 Umformen nach x Typ $a/x + b = c$

$$\frac{a}{x} + b = c$$

$$x = \frac{a}{c-b} \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$\frac{48}{x} - 9 = 15 \quad / + 9$$

$$\frac{48}{x} = 24 \quad / \cdot x$$

$$48 = 24 \cdot x \quad / \div 24$$

$$x = 2$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			
beliebige Zahl	c			

1.4 Umformungen/Lösungen**1.4.1 Binomischer Satz**

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} \cdot a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} \cdot a \cdot b^{n-1} + \binom{n}{n} \cdot b^n$$

1.4.2 Berechnung der Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{m} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

1.4.3 1. Binomische Formel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Beispiele :

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10 \cdot x + 25$$

$$(x + 9)^2 = x^2 + 18 \cdot x + 81$$

$$(2 \cdot x + 5)^2 = 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + 25$$

$$(6 \cdot x + 5)^2 = 36 \cdot x^2 + 60 \cdot x + 25$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$$

$$(x \cdot z + y)^2 = x^2 \cdot z^2 + 2 \cdot x \cdot z \cdot y + y^2$$

1.4.4 2. Binomische Formel

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Beispiele :

$$(x - 5)^2 = x^2 - 10 \cdot x + 25$$

$$(x - 9)^2 = x^2 - 18 \cdot x + 81$$

$$(2 \cdot x - 5)^2 = 4 \cdot x^2 - 20 \cdot x + 25$$

$$(6 \cdot x - 5)^2 = 36 \cdot x^2 - 60 \cdot x + 25$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$$

$$(x \cdot z - y)^2 = x^2 \cdot z^2 - 2 \cdot x \cdot z \cdot y + y^2$$

1.4.5 3. Binomische Formel

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Beispiele :

$$(x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 25$$

$$(x + 9) \cdot (x - 9) = x^2 - 81$$

$$(3 \cdot x + 5) \cdot (3 \cdot x - 5) = 9 \cdot x^2 - 25$$

$$(7 \cdot x + 9) \cdot (7 \cdot x - 9) = 49 \cdot x^2 - 81$$

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

1.4.6 MittelwerteArithmetisches Mittel von a und b

$$m_a = \frac{a+b}{2}$$

Geometrisches Mittel von a und b

$$m_g = \sqrt{a \cdot b}$$

Harmonisches Mittel von a und b

$$m_h = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a+b}$$

1.4.7 Lösung quadratischer Gleichungen $x^2 = a$

$$x^2 = a$$

$$x_1 = \sqrt{a} \quad 1.Lsg \text{ Rechne}$$

$$x_2 = -\sqrt{a} \quad 2.Lsg \text{ Rechne}$$

Beispiel :

$$x^2 = 25$$

$$x_1 = \sqrt{25}$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -\sqrt{25}$$

$$x_2 = -5$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			

1.4.8 Lösung quadratischer Gleichungen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \text{ Rechne}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \text{ Rechne}$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$a = 1; b = 7; c = 12$$

$$x_{1/2} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1/2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2}$$

$$x_{1/2} = \frac{-7 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = -4$$

gesuchte Variable	x			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			
beliebige Zahl	c			

1.4.9 Lösung linearer Gleichungssysteme

$$a1 \cdot x + b1 \cdot y = c1$$

$$a2 \cdot x + b2 \cdot y = c2$$

$$x = \frac{c1 \cdot b2 - c2 \cdot b1}{a1 \cdot b2 - a2 \cdot b1} \text{ Rechne}$$

$$y = \frac{a1 \cdot c2 - a2 \cdot c1}{a1 \cdot b2 - a2 \cdot b1} \text{ Rechne}$$

$$a1 \cdot x + b1 \cdot y = c1$$

$$a2 \cdot x + b2 \cdot y = c2$$

gesuchte Variable	x			
gesuchte Variable	y			
beliebige Zahl	$a1$			
beliebige Zahl	$b1$			
beliebige Zahl	$c1$			
beliebige Zahl	$a2$			
beliebige Zahl	$b2$			
beliebige Zahl	$c2$			

1.4.10 Determinante

$$D = \begin{vmatrix} a & d \\ b & c \end{vmatrix} = a \cdot c - b \cdot d \text{ Rechne}$$

Determinante	D			
beliebige Zahl	a			
beliebige Zahl	b			
beliebige Zahl	c			
beliebige Zahl	d			

1.5 Funktionen

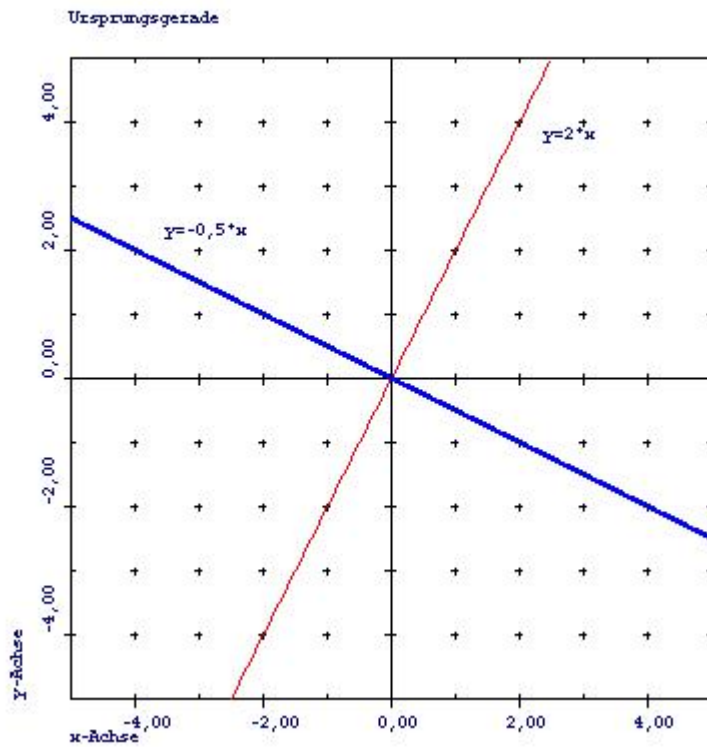
1.5.1 Gerade durch den Ursprung

$$y = m \cdot x \text{ Rechne}$$

$$x = \frac{y}{m} \text{ Rechne}$$

$$m = \frac{y}{x} \text{ Rechne}$$

Funktionswert	y			
Steigung(Proportionalitätsfaktor)	m			
Variable	x			



1.5.2 Geradengleichung (lineare Funktion)

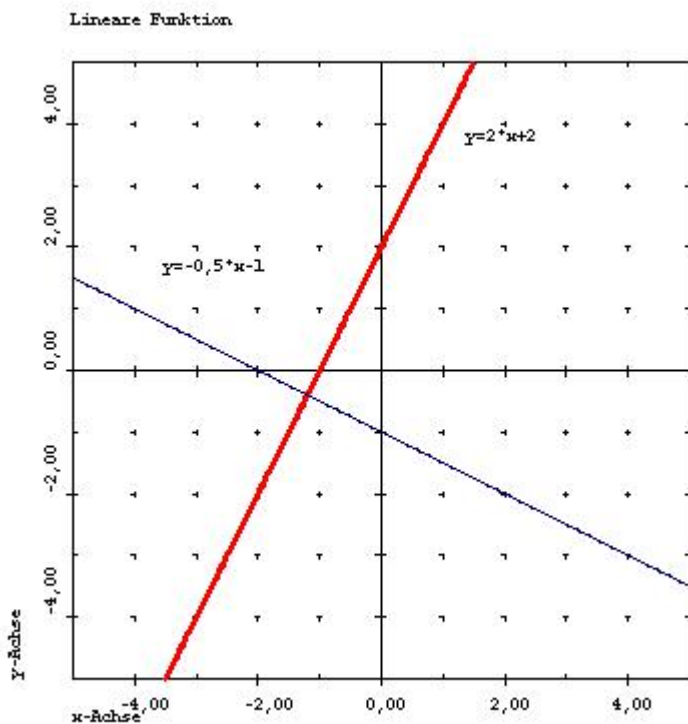
$$y = m \cdot x + t \quad \text{Rechne}$$

$$m = \frac{y-t}{x} \quad \text{Rechne}$$

$$x = \frac{y-t}{m} \quad \text{Rechne}$$

$$t = y - m \cdot x \quad \text{Rechne}$$

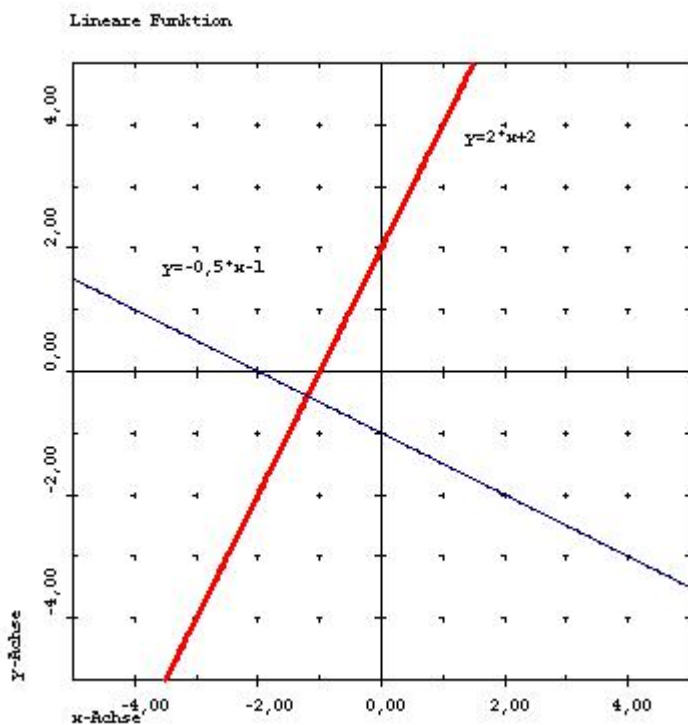
Funktionswert	y		
Steigung	m		
Variable	x		
y-Achsenabschnitt	t		



1.5.3 Steigung m durch zwei Punkte

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ Rechne}$$

Steigung	m			
y-Koordinate von Punkt 1	y_1			
y-Koordinate von Punkt 2	y_2			
x-Koordinate von Punkt 1	x_1			
x-Koordinate von Punkt 2	x_2			



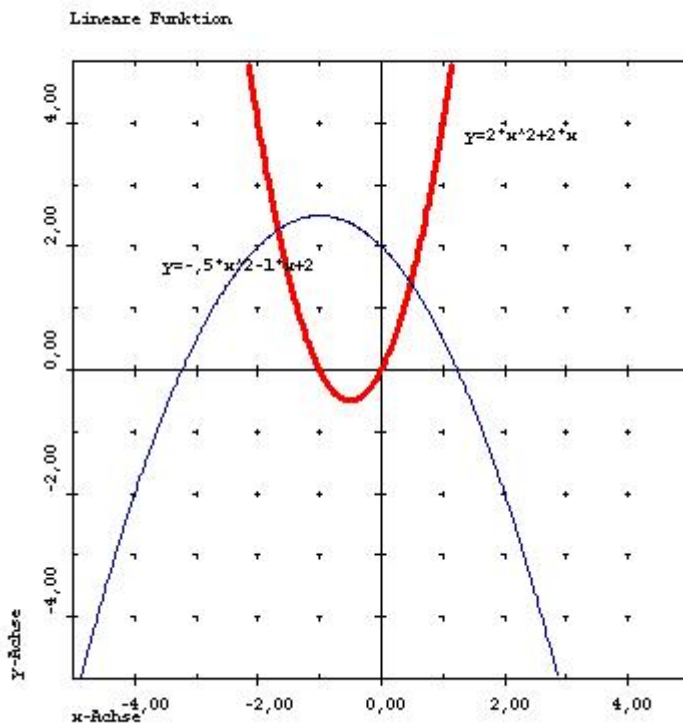
1.5.4 Parabel (quadratische Funktion)

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \text{ Rechne}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot (c - y)}}{2 \cdot a} \text{ Rechne}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot (c - y)}}{2 \cdot a} \text{ Rechne}$$

Funktionswert	y			
Variable	x			
Koeffizient	a			
Koeffizient	b			
Koeffizient	c			



1.5.5 Exponentialfunktion (Basis e)

$$y = a \cdot e^{x+c} + b \text{ Rechne}$$

$$x = \ln((y - b)/a) - c \text{ Rechne}$$

Funktionswert	y			
Variable	x			
Koeffizient	a			
Koeffizient	b			
Eulersche Zahl e	e			2,718281828
Koeffizient	c			

1.5.6 Exponentialfunktion

$$y = a \cdot b^{x+d} + c \text{ Rechne}$$

$$x = \ln((y - c)/a) / \ln(b) - d \text{ Rechne}$$

Funktionswert	y			
Variable	x			
Koeffizient	a			
Koeffizient	b			
Koeffizient	c			
Koeffizient	d			

1.5.7 Logarithmusfunktion (Natürlicher Logarithmus)

$$y = a \cdot \ln(x + b) + c \text{ Rechne}$$

$$x = e^{(y-c)/a} - b \text{ Rechne}$$

Funktionswert	y		
Variable	x		
Koeffizient	a		
Koeffizient	b		
Koeffizient	c		

1.5.8 Ableitung

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

1.5.9 Wichtige Ableitungen

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$const.$	0	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
x^a	$a \cdot x^{a-1}$	$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
e^x	e^x	$\operatorname{arccot} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
a^x	$a^x \cdot \ln a$	$\sinh x$	$\cosh x$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\cosh x$	$\sinh x$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$	$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{coth} x$	$-\frac{1}{\sinh^2 x}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{arsinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{arcosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\operatorname{artanh} x$	$\frac{1}{1-x^2} (x < 1)$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{arcoth} x$	$\frac{1}{1-x^2} (x > 1)$

1.5.10 Ableitungsregeln

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \text{ (Produktregel)}$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2} \text{ (Quotientenregel)}$$

$$(f(g(x)))' = f'(g) \cdot g'(x) \text{ (Kettenregel)}$$

1.5.11 Integralrechnung

Bestimmtes Integral

$$\int_v^w f(x) dx = F(w) - F(v) = F(x)|_v^w$$

Unbestimmtes Integral

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

1.5.12 Rechengesetze Integrale

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$$

$$\int c \cdot f(x)dx = c \int f(x)dx$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)|$$

1.5.13 1. Hauptsatz der Integralrechnung

$$F'(x) = f(x)$$

1.5.14 Integraltabelle

$F'(x) = f(x)$	$F(x)$	
c	cx	
x^n	$\frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1}$	$(n \neq -1)$
e^x	e^x	
a^x	$\frac{1}{\ln a} \cdot a^x$	$(a > 0, a \neq 1)$
$\ln x$	$x \cdot \ln x - x$	$(x > 0)$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $	$(x \neq 0)$
$\frac{1}{x-a}$	$\ln x-a $	
$\sin x$	$-\cos x$	
$\cos x$	$\sin x$	

1.6 Kombinatorik**1.6.1 Fakultät**

$$x = n! \text{ [Rechne](#)}$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

Ergebnis	x			
Fakultät von n	n			

1.6.2 Kombination (ohne Anordnung; ohne Wiederholung)

$$x = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} \text{ [Rechne](#)}$$

Ergebnis	x			
Anzahl der Elemente	n			
Teilmengen	k			

1.6.3 Kombination (ohne Anordnung; mit Wiederholung)

$$x = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! \cdot k!} \text{ [Rechne](#)}$$

Ergebnis	x			
Anzahl der Elemente	n			
Teilmengen	k			

1.6.4 Variation (mit Anordnung; ohne Wiederholung)

$$x = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ Rechne}$$

Ergebnis	x			
Anzahl der Elemente	n			
Teilmengen	k			

1.6.5 Variation (mit Anordnung; mit Wiederholung)

$$x = n^k \text{ Rechne}$$

Ergebnis	x			
Anzahl der Elemente	n			
Teilmengen	k			

2 Geometrie

2.1 Dreieck

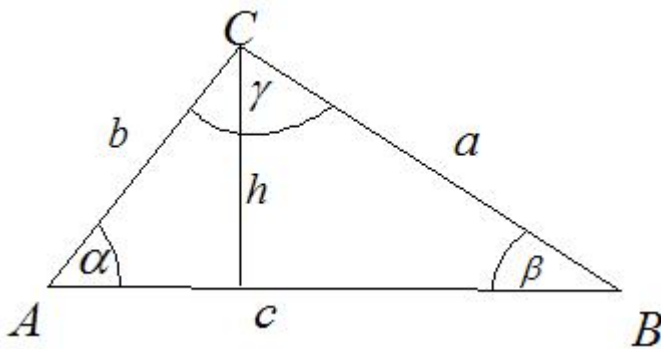
2.1.1 Allgemeines Dreieck: Fläche (Grundlinie-Höhe)

$$A = \frac{g \cdot h}{2} \text{ Rechne}$$

$$g = \frac{A \cdot 2}{h} \text{ Rechne}$$

$$h = \frac{A \cdot 2}{g} \text{ Rechne}$$

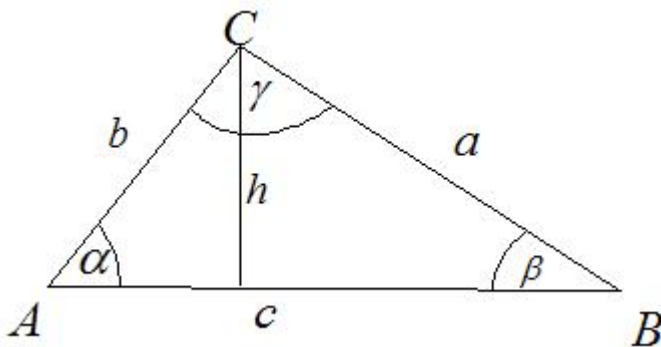
Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Höhe	h	m	Meter	
Grundlinie	g	m	Meter	



2.1.2 Allgemeines Dreieck: Fläche (2 Seiten - Winkel)

$$A_d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma) \text{ Rechne}$$

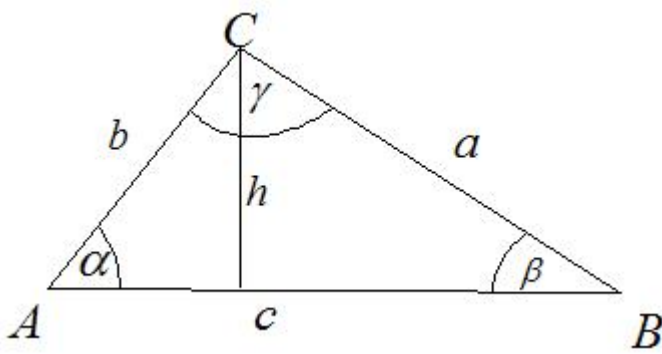
Fläche des Dreiecks	A_d	m^2	Quadratmeter	
Länge der Seite	a	m	Meter	
Länge der Seite	b	m	Meter	
Winkel gamma	γ	rad	Radian (Bogenmaß)	



2.1.3 Allgemeines Dreieck: Umfang

$$U = a + b + c \text{ Rechne}$$

Umfang	U	m	Meter	
Länge der Seite	a	m	Meter	
Länge der Seite	b	m	Meter	
Länge der Seite	c	m	Meter	



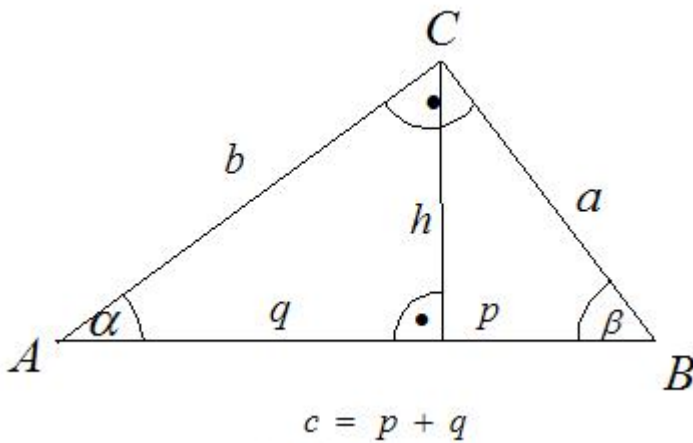
2.1.4 Rechtwinkeliges Dreieck: Fläche

$A_d = \frac{a \cdot b}{2}$ Rechne

$a = \frac{A_d \cdot 2}{b}$ Rechne

$b = \frac{A_d \cdot 2}{a}$ Rechne

Fläche des Dreiecks	A_d	m^2	Quadratmeter	
Gegenkathete zu (a)	a	m	Meter	
Ankathete zu (a)	b	m	Meter	



2.1.5 Rechtwinkeliges Dreieck: Pythagoras

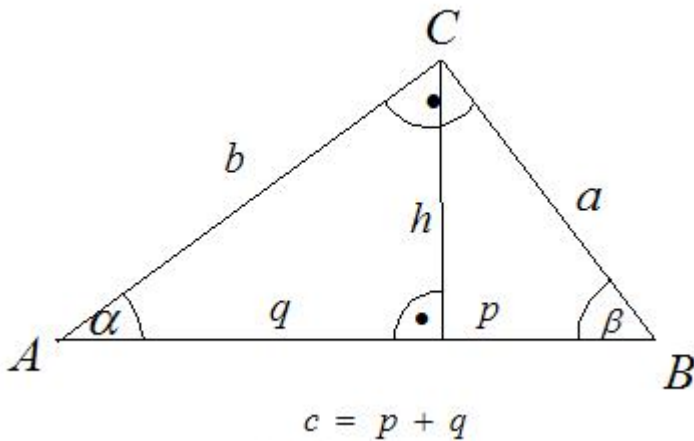
$c^2 = a^2 + b^2$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ Rechne

$b = \sqrt{c^2 - a^2}$ Rechne

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$ Rechne

Hypotenuse	c	m	Meter	
Ankathete zu (a)	b	m	Meter	
Gegenkathete zu (a)	a	m	Meter	



2.1.6 Rechtwinkeliges Dreieck: Höhensatz

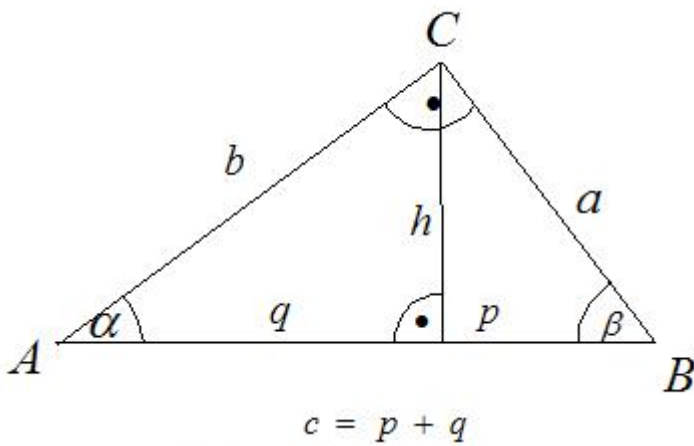
$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} \text{ Rechne}$$

$$q = \frac{h^2}{p} \text{ Rechne}$$

$$p = \frac{h^2}{q} \text{ Rechne}$$

Höhe	h	m	Meter	
Hypothenusenabschnitt	p	m	Meter	
Hypothenusenabschnitt	q	m	Meter	



2.1.7 Rechtwinkeliges Dreieck: Kathetensatz

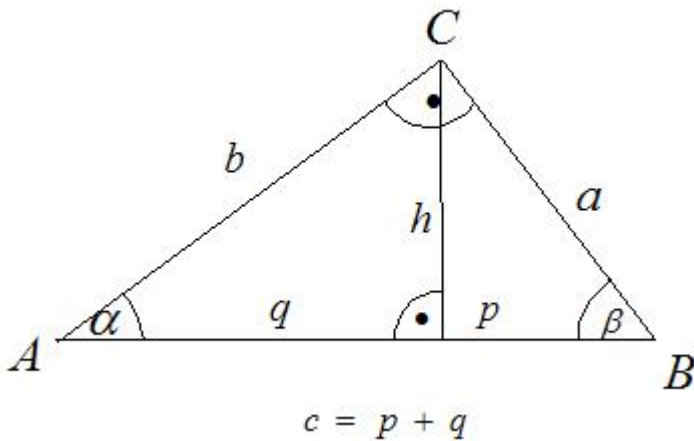
$$a^2 = c \cdot p$$

$$a = \sqrt{c \cdot p} \text{ Rechne}$$

$$c = \frac{a^2}{p} \text{ Rechne}$$

$$p = \frac{a^2}{c} \text{ Rechne}$$

Gegenkathete zu (a)	a	m	Meter	
Hypothenusenabschnitt	c	m	Meter	
Hypothenusenabschnitt	p	m	Meter	

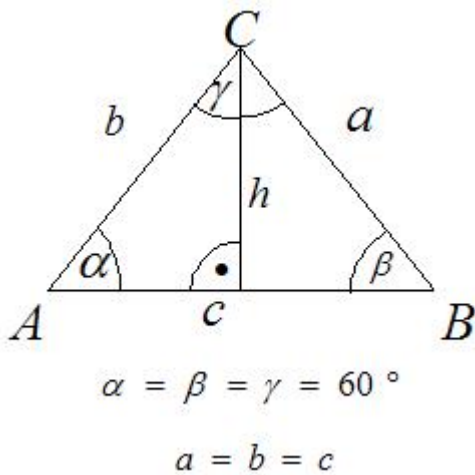


2.1.8 Gleichseitiges Dreieck: Fläche

$A = \frac{s^2}{4} \cdot \sqrt{3}$ Rechne

$s = \sqrt{\frac{A \cdot 4}{\sqrt{3}}}$ Rechne

Fläche	A	m ²	Quadratmeter	
Seite	s	m	Meter	

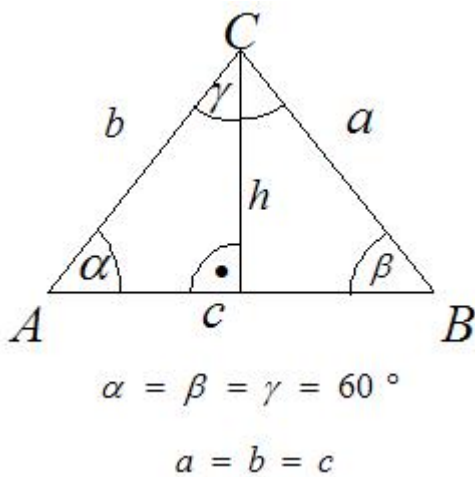


2.1.9 Gleichseitiges Dreieck: Höhe

$h = \frac{s}{2} \cdot \sqrt{3}$ Rechne

$s = \frac{h \cdot 2}{\sqrt{3}}$ Rechne

Höhe	h	m	Meter	
Seite	s	m	Meter	



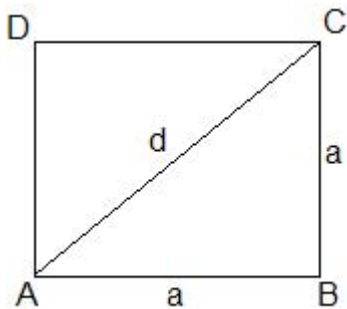
2.2 Viereck

2.2.1 Quadrat:Fläche

$A_q = a^2$ [Rechne](#)

$a = \sqrt{A}$ [Rechne](#)

Fläche	A_q	m^2	Quadratmeter	
Seite	a	m	Meter	

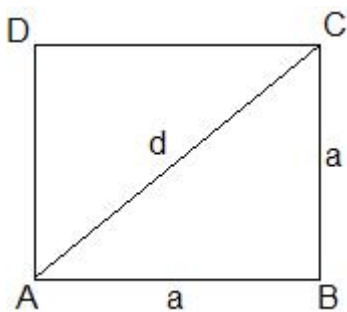


2.2.2 Quadrat:Umfang

$U = 4 \cdot a$ [Rechne](#)

$a = \frac{U}{4}$ [Rechne](#)

Umfang	U	m	Meter	
Seite	a	m	Meter	

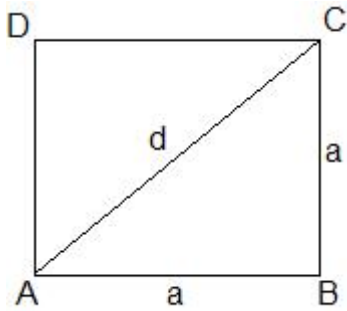


2.2.3 Quadrat:Diagonale

$$d = a \cdot \sqrt{2} \text{ Rechne}$$

$$a = \frac{d}{\sqrt{2}} \text{ Rechne}$$

Diagonale	d	m	Meter	
Seite	a	m	Meter	



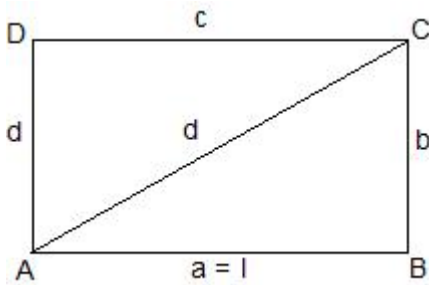
2.2.4 Rechteck:Fläche

$$A = l \cdot b \text{ Rechne}$$

$$l = \frac{A}{b} \text{ Rechne}$$

$$b = \frac{A}{a} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Länge	l	m	Meter	
Breite	b	m	Meter	



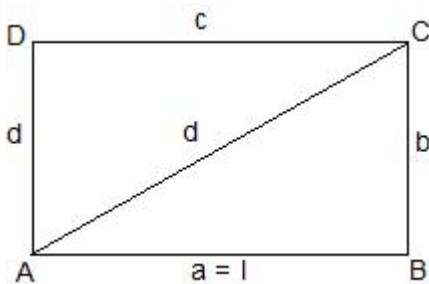
2.2.5 Rechteck:Umfang

$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot b \text{ Rechne}$$

$$l = \frac{U - 2 \cdot b}{2} \text{ Rechne}$$

$$b = \frac{U - 2 \cdot l}{2} \text{ Rechne}$$

Umfang	U	m	Meter	
Länge	l	m	Meter	
Breite	b	m	Meter	



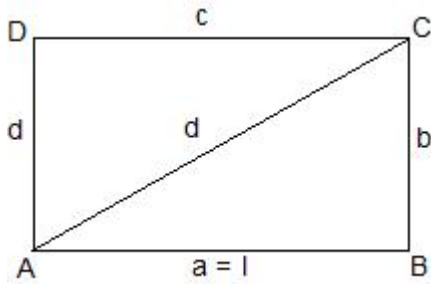
2.2.6 Rechteck:Diagonale

$$d = \sqrt{l^2 + b^2} \text{ Rechne}$$

$$l = \sqrt{d^2 - b^2} \text{ Rechne}$$

$$b = \sqrt{d^2 - l^2} \text{ Rechne}$$

Diagonale	d	m	Meter	
Länge	l	m	Meter	
Breite	b	m	Meter	



2.2.7 Trapez: Fläche

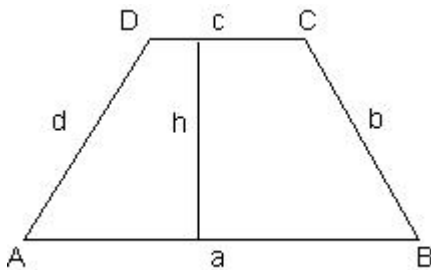
$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h \text{ Rechne}$$

$$a = \frac{2 \cdot A}{h} - c \text{ Rechne}$$

$$c = \frac{2 \cdot A}{h} - a \text{ Rechne}$$

$$h = \frac{2 \cdot A}{a+c} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Höhe	h	m	Meter	
Grundlinie a	a	m	Meter	
Grundlinie c	c	m	Meter	



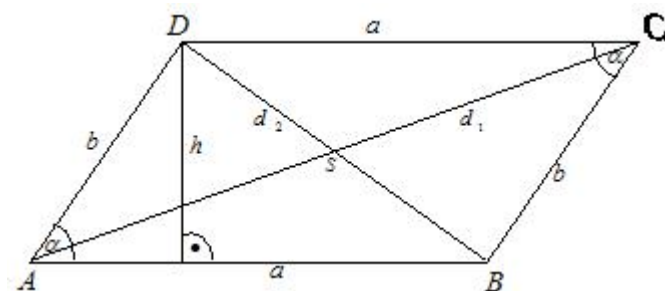
2.2.8 Parallelogramm:Fläche

$$A = g \cdot h \text{ Rechne}$$

$$g = \frac{A}{h} \text{ Rechne}$$

$$h = \frac{A}{g} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Grundlinie	g	m	Meter	
Höhe	h	m	Meter	



2.2.9 Raute:Fläche

$$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \text{ Rechne}$$

$$e = \frac{2 \cdot A}{f} \text{ Rechne}$$

$$f = \frac{2 \cdot A}{e} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Diagonale e	e	m	Meter	
Diagonale f	f	m	Meter	

2.2.10 Drachen:Fläche

$$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \text{ Rechne}$$

$$f = \frac{2 \cdot A}{e} \text{ Rechne}$$

$$e = \frac{2 \cdot A}{f} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Diagonale e	e	m	Meter	
Diagonale f	f	m	Meter	

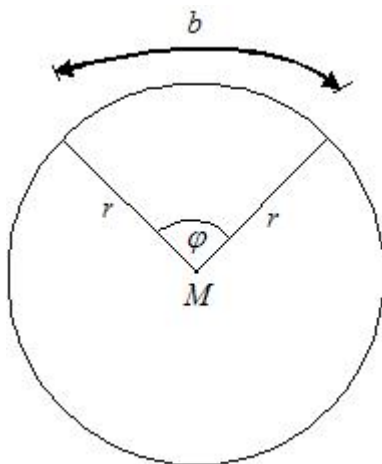
2.3 Kreis

2.3.1 Durchmesser-Radius

$$d = 2 \cdot r \text{ Rechne}$$

$$r = \frac{d}{2} \text{ Rechne}$$

Durchmesser	d	m	Meter	
Radius	r	m	Meter	

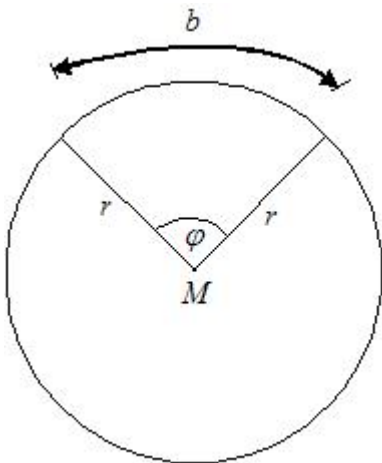


2.3.2 Kreisfläche

$$A = r^2 \cdot \pi \text{ Rechne}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Radius	r	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927

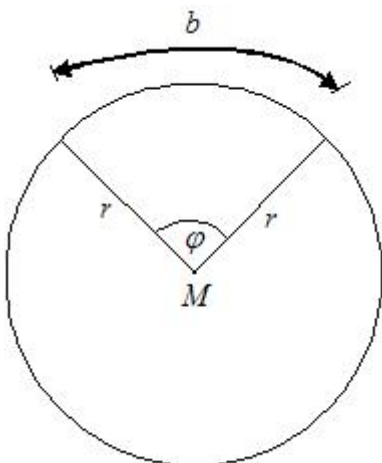


2.3.3 Umfang

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi \text{ Rechne}$$

$$r = \frac{U}{2 \cdot \pi} \text{ Rechne}$$

Umfang	U	m	Meter	
Radius	r	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927



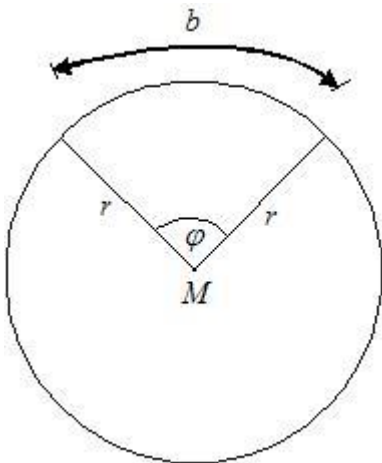
2.3.4 Fläche eines Sektors (Bogenmaß)

$$A = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2} \text{ Rechne}$$

$$r = \sqrt{\frac{A \cdot 2}{\alpha}} \text{ Rechne}$$

$$\alpha = \frac{A \cdot 2}{r^2} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Radius	r	m	Meter	
Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	



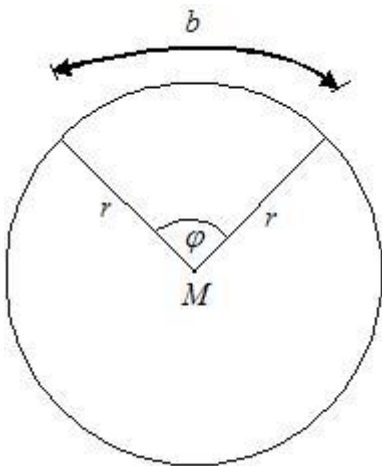
2.3.5 Fläche eines Sektors (Grad)

$$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360} \text{ Rechne}$$

$$r = \sqrt{\frac{A \cdot 360}{\alpha \cdot \pi}} \text{ Rechne}$$

$$\alpha = \frac{A \cdot 360}{r^2 \cdot \pi} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Radius	r	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927
Winkel	α	Grad		



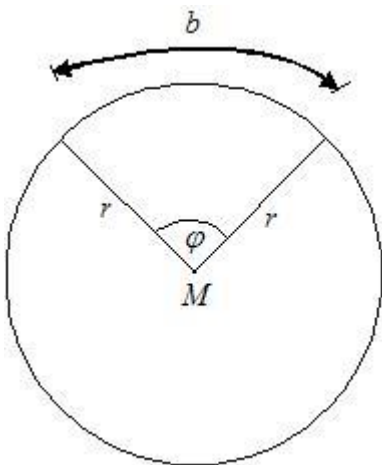
2.3.6 Kreisbogen (Bogenmaß)

$$b = r \cdot \alpha \text{ Rechne}$$

$$r = \frac{b}{\alpha} \text{ Rechne}$$

$$\alpha = \frac{b}{r} \text{ Rechne}$$

Kreisbogen	b	m	Meter	
Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	
Radius	r	m	Meter	



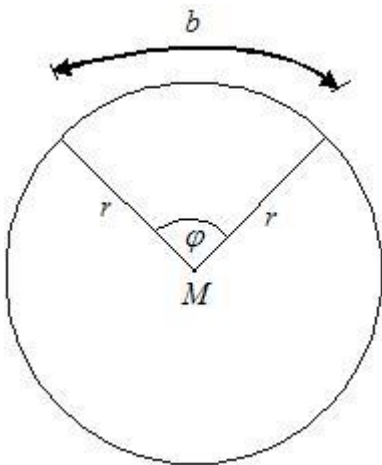
2.3.7 Kreisbogen (Grad)

$$b = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360} \text{ Rechne}$$

$$r = \frac{b \cdot 360}{\alpha \cdot \pi \cdot 2} \text{ Rechne}$$

$$\alpha = \frac{b \cdot \pi \cdot 2}{r \cdot \pi \cdot 2} \text{ Rechne}$$

Kreisbogen	b	m	Meter	
Winkel	α	Grad		
Radius	r	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927



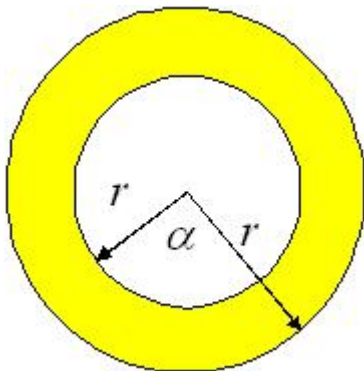
2.3.8 Kreisring

$$A = (r_a^2 - r_i^2) * \pi \text{ Rechne}$$

$$r_a = \sqrt{\frac{A}{\pi} + r_i^2} \text{ Rechne}$$

$$r_i = \sqrt{r_a^2 - \frac{A}{\pi}} \text{ Rechne}$$

Fläche	A	m^2	Quadratmeter	
Radius (innerer Kreis)	r_i	m	Meter	
Radius (äußerer Kreis)	r_a	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927



2.4 Stereometrie

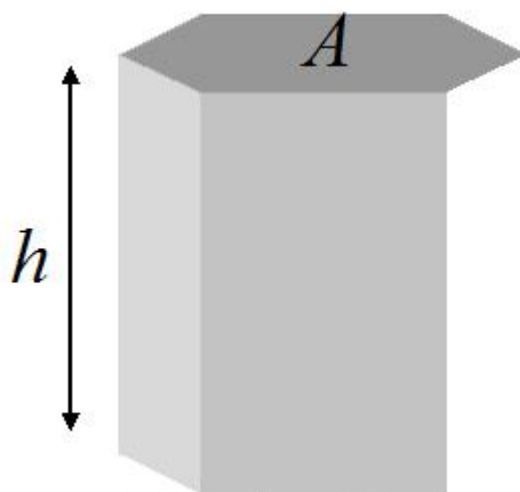
2.4.1 Prisma:Volumen

$$V = G \cdot h \text{ Rechne}$$

$$G = \frac{V}{h} \text{ Rechne}$$

$$h = \frac{V}{G} \text{ Rechne}$$

Volumen	V	m^3	Kubikmeter	
Grundfläche	G	m^2	Quadratmeter	
Körperhöhe	h	m	Meter	

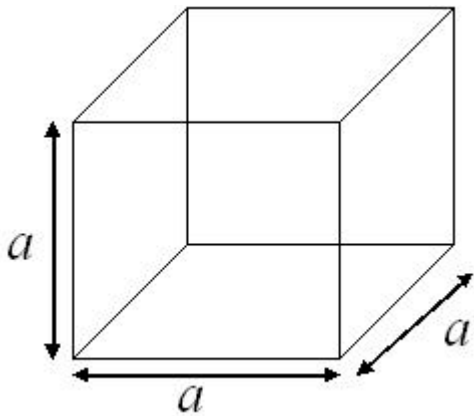


2.4.2 Würfel:Volumen

$$V = a^3 \text{ Rechne}$$

$$a = \sqrt[3]{V} \text{ Rechne}$$

Volumen	V	m^3	Kubikmeter	
Seite	a	m	Meter	

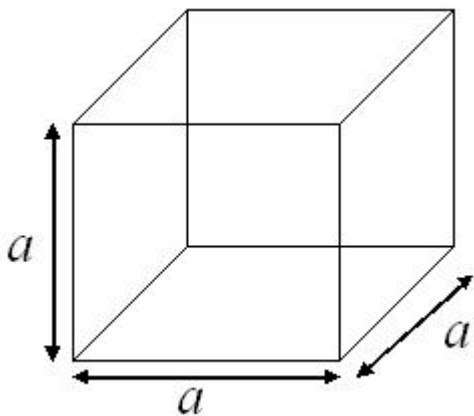


2.4.3 Würfel:Oberfläche

$O = 6 \cdot a^2$ *Rechne*

$a = \sqrt{\frac{O}{6}}$ *Rechne*

Oberfläche	O	m^2	Quadratmeter	
Seite	a	m	Meter	

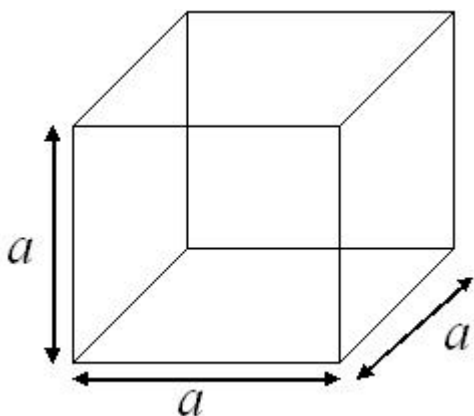


2.4.4 Würfel:Raumdiagonale

$d = a \cdot \sqrt{3}$ *Rechne*

$a = \frac{d}{\sqrt{3}}$ *Rechne*

Raumdiagonale	d	m	Meter	
Seite	a	m	Meter	



2.4.5 Quader:Volumen

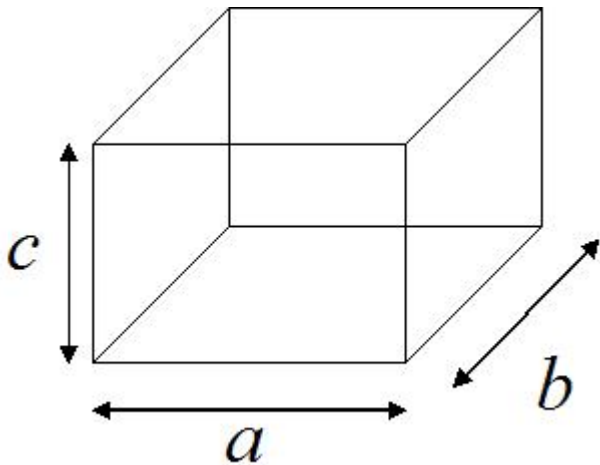
$$V = a \cdot b \cdot c \text{ Rechne}$$

$$a = \frac{V}{b \cdot c} \text{ Rechne}$$

$$b = \frac{V}{a \cdot c} \text{ Rechne}$$

$$c = \frac{V}{b \cdot a} \text{ Rechne}$$

Volumen	V	m^3	Kubikmeter	
Länge	a	m	Meter	
Breite	b	m	Meter	
Höhe	c	m	Meter	



2.4.6 Quader:Oberfläche

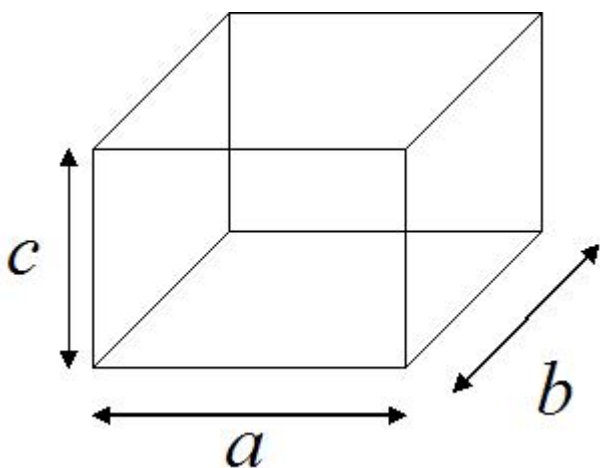
$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \text{ Rechne}$$

$$a = \frac{O - 2 \cdot b \cdot c}{2 \cdot (b + c)} \text{ Rechne}$$

$$b = \frac{O - 2 \cdot a \cdot c}{2 \cdot (a + c)} \text{ Rechne}$$

$$c = \frac{O - 2 \cdot b \cdot a}{2 \cdot (b + a)} \text{ Rechne}$$

Oberfläche	O	m^2	Quadratmeter	
Länge	a	m	Meter	
Breite	b	m	Meter	
Höhe	c	m	Meter	



2.4.7 Quader:Raumdiagonale

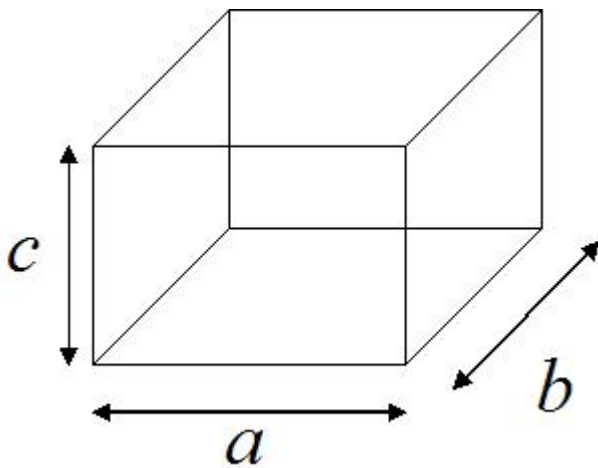
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ Rechne}$$

$$a = \sqrt{d^2 - b^2 - c^2} \text{ Rechne}$$

$$b = \sqrt{d^2 - a^2 - c^2} \text{ Rechne}$$

$$c = \sqrt{d^2 - b^2 - a^2} \text{ Rechne}$$

Raumdiagonale	d	m	Meter	
Länge	a	m	Meter	
Breite	b	m	Meter	
Höhe	c	m	Meter	



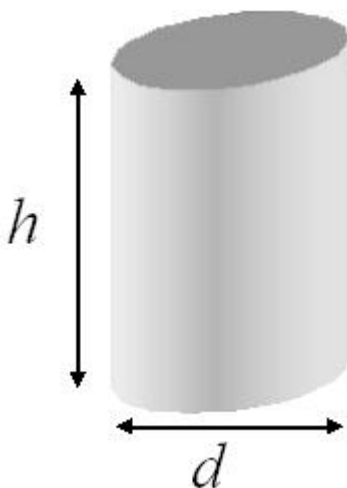
2.4.8 Kreiszyylinder:Volumen

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h \text{ Rechne}$$

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}} \text{ Rechne}$$

$$h = \frac{V}{r^2 \cdot \pi} \text{ Rechne}$$

Volumen	V	m^3	Kubikmeter	
Radius	r	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927
Körperhöhe	h	m	Meter	



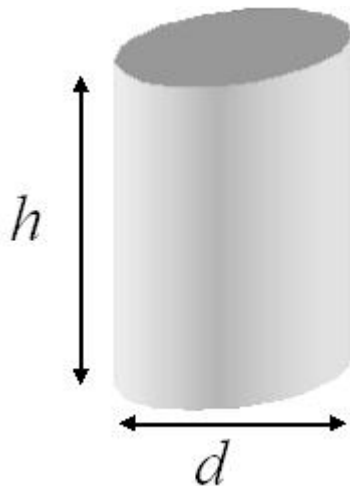
2.4.9 Kreiszyylinder:Oberfläche

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h) \text{ Rechner}$$

$$r = 0,5 \cdot \left(-h + \sqrt{h^2 + \frac{O}{\pi}}\right) \text{ Rechner}$$

$$h = \frac{O - 2 \cdot \pi \cdot r^2}{2 \cdot r \cdot \pi} \text{ Rechner}$$

Oberfläche	O	m^2	Quadratmeter	
Radius	r	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927
Körperhöhe	h	m	Meter	



2.4.10 Hohlzylinder

$$V = (r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi \cdot h \text{ Rechner}$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h} + r_2^2} \text{ Rechner}$$

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 - \frac{V}{\pi \cdot h}} \text{ Rechner}$$

$$h = \frac{V}{(r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi} \text{ Rechner}$$

Volumen	V	m^3	Kubikmeter	
Radius 1	r_1	m	Meter	
Radius 2	r_2	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927
Körperhöhe	h	m	Meter	

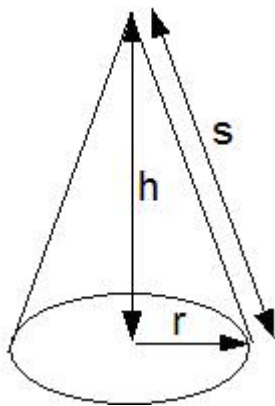
2.4.11 Kreiskegel:Volumen

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h \text{ Rechner}$$

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}} \text{ Rechner}$$

$$h = \frac{3 \cdot V}{r^2 \cdot \pi} \text{ Rechner}$$

Volumen	V	m^3	Kubikmeter	
Entfernung	r	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927
Höhe	h	m	Meter	



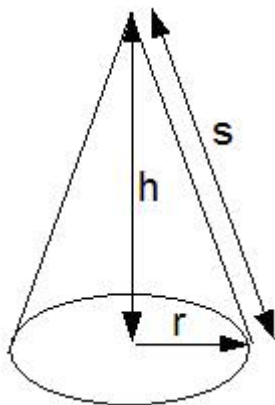
2.4.12 Kreiskegel: Oberfläche

$$O = r \cdot \pi \cdot (r + s) \text{ Rechne}$$

$$s = \frac{O}{r \cdot \pi} - r \text{ Rechne}$$

$$r = \frac{-\pi \cdot s + \sqrt{(\pi \cdot s)^2 + 4 \cdot \pi \cdot O}}{2 \cdot \pi} \text{ Rechne}$$

Oberfläche	O	m^2	Quadratmeter	
Kreiszahl	π			3,1415927
Entfernung	r	m	Meter	
Mantellinie	s	m	Meter	



2.4.13 Kugel: Volumen

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \text{ Rechne}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{V \cdot 3}{4 \cdot \pi}} \text{ Rechne}$$

Volumen	V	m^3	Kubikmeter	
Radius	r	m	Meter	
Kreiszahl	π			3,1415927

2.4.14 Kugel: Oberfläche

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \text{ Rechne}$$

$$r = \sqrt{\frac{O}{\pi \cdot 4}} \text{ Rechne}$$

Oberfläche	O	m^2	Quadratmeter	
Kreiszahl	π			3,1415927
Entfernung	r	m	Meter	

2.5 Trigonometrie

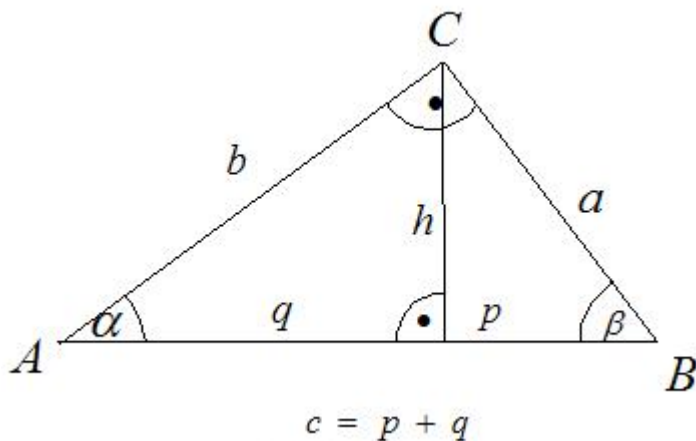
2.5.1 Sinus

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \text{ Rechne}$$

$$a = \sin\alpha \cdot c \text{ Rechne}$$

$$c = \frac{a}{\sin\alpha} \text{ Rechne}$$

Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	
Gegenkathete zu (a)	a	m	Meter	
Hypotenuse	c	m	Meter	



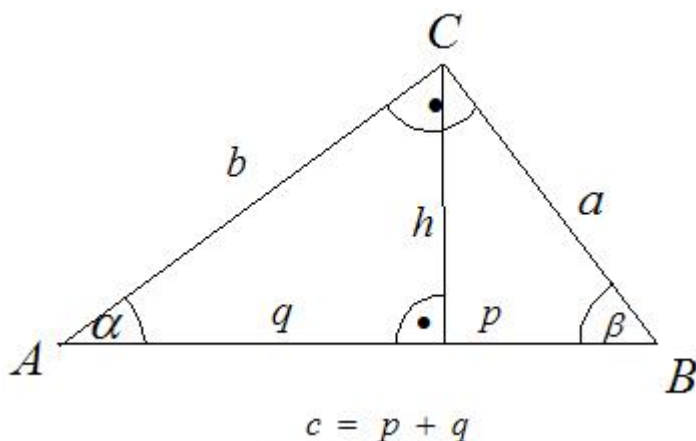
2.5.2 Kosinus

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \text{ Rechne}$$

$$b = \cos\alpha \cdot c \text{ Rechne}$$

$$c = \frac{b}{\cos\alpha} \text{ Rechne}$$

Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	
Ankathete zu (a)	b	m	Meter	
Hypotenuse	c	m	Meter	



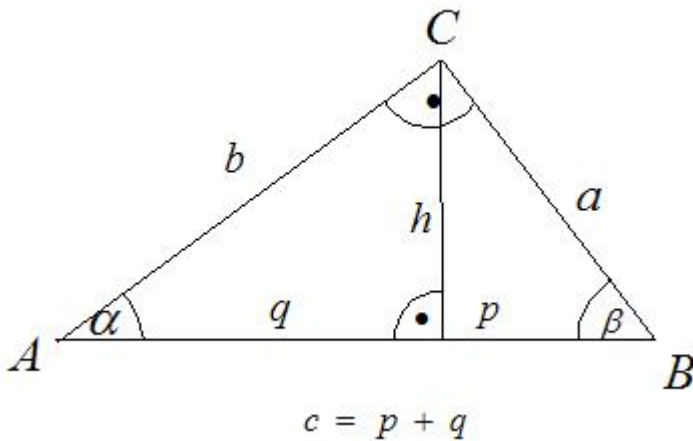
2.5.3 Tangens

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} \text{ Rechne}$$

$$a = \tan\alpha \cdot b \text{ Rechne}$$

$$b = \frac{a}{\tan\alpha} \text{ Rechne}$$

Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	
Gegenkathete zu (a)	a	m	Meter	
Ankathete zu (a)	b	m	Meter	



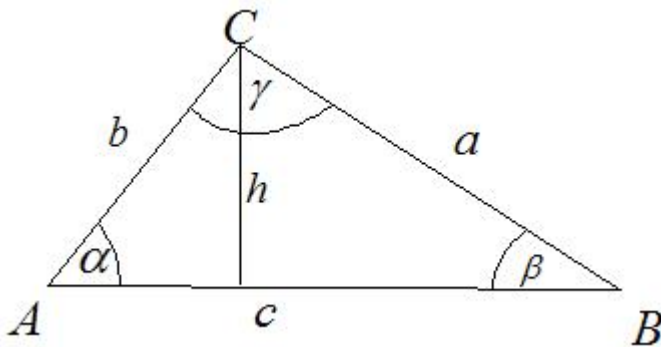
2.5.4 Sinussatz

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$a = \frac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} \text{ Rechne}$$

$$\sin\alpha = \frac{a \cdot \sin\beta}{b} \text{ Rechne}$$

Länge der Seite	a	m	Meter	
Länge der Seite	b	m	Meter	
Länge der Seite	c	m	Meter	
Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	
Winkel	β	rad	Radian (Bogenmaß)	
Winkel	γ	rad	Radian (Bogenmaß)	



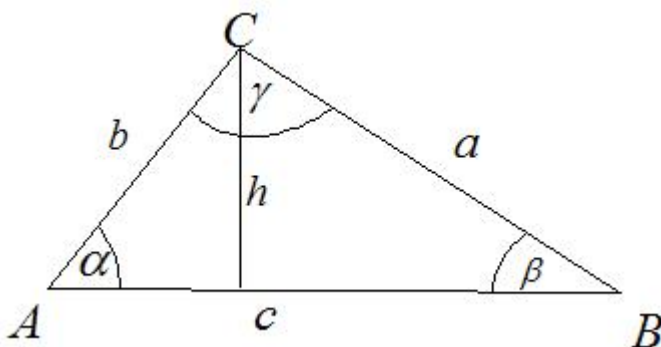
2.5.5 Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha} \text{ Rechne}$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \text{ Rechne}$$

Länge der Seite	a	m	Meter	
Länge der Seite	b	m	Meter	
Länge der Seite	c	m	Meter	
Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	
Winkel	β	rad	Radian (Bogenmaß)	
Winkel	γ	rad	Radian (Bogenmaß)	



2.5.6 Umrechnung: Sinus-Kosinus

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} \text{ Rechne}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} \text{ Rechne}$$

Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	
--------	----------	-----	-------------------	--

2.5.7 Umrechnung: Tangens-Sinus-Kosinus

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \text{ Rechne}$$

$$\sin\alpha = \tan\alpha \cdot \cos\alpha \text{ Rechne}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sin\alpha}{\tan\alpha} \text{ Rechne}$$

Tangens alpha	$\tan\alpha$			
Winkel	α	rad	Radian (Bogenmaß)	

2.5.8 Wichtige Umformungen

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha \cdot \cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2 \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2\alpha - 1$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot \tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2 \cdot \cot\alpha}$$

2.5.9 Hyperbolische Funktionen

$$\sinh x = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x})$$

$$\cosh x = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x})$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$\coth x = \frac{1}{\tanh x}$$

$$\operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$\operatorname{arcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\operatorname{artanh} x = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$\operatorname{arcoth} x = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$