Gleichungen
Aufgaben und Lösungen

http://www.fersch.de

10. November 2019

Inhaltsverzeichnis

1 Lineare Gleichung

- Klammern auflösen
- Terme zusammenfassen
- Äquivalenzumformung: Alle Terme mit der Variablen auf die eine Seite und alle Terme ohne Variable auf die andere Seite
- durch die Zahl vor der Variablen dividieren

$2\frac{1}{2}x + 5 = 4(x-2) - 2x + 12$
Klammern auflösen:
$2\frac{1}{2}x + 5 = 4x - 8 - 2x + 12$
Terme zusammenfassen:
$2\frac{1}{2}x + 5 = 2x + 4$
Äquivalenzumformung:
$2\frac{1}{2}x + 5 = 2x + 4 \quad / - 5 \quad / - 2x$
$2\frac{1}{2}x - 2x = 4 - 5$
durch die Zahl vor der Variablen dividieren:
$\frac{1}{2}x = -1 \quad / : \frac{1}{2}$
$x = \frac{-1}{\frac{1}{2}}$
$x = -2$

$\mathbf{a \cdot x = b}$

$a \cdot x = b \quad / : a$
$x = \frac{b}{a}$

$5 \cdot x = 45 \quad / : 5$
$x = \frac{45}{5}$
$x = 9$

$-2 \cdot x = -6 \quad / : (-2)$
$x = \frac{-6}{-2}$
$x = 3$

$\mathbf{x + a = b}$

$x + a = b \quad / - a$
$x = b - a$

$x + 2 = 5 \quad / - 2$
$x = 5 - 2$
$x = 3$

$x + 5 = -7 \quad / - 5$
$x = -7 - 5$
$x = -12$

$\mathbf{a \cdot x + b = c}$

$a \cdot x + b = c \quad / - b$
$a \cdot x = c - b \quad / : a$
$x = \frac{c-b}{a}$

$5 \cdot x - 4 = 6 \quad / + 4$
$5 \cdot x = 10 \quad / : 5$
$x = \frac{10}{5}$
$x = 2$

$-2 \cdot x + 4 = -6 \quad / - 4$
$-2 \cdot x = -10 \quad / : (-2)$
$x = \frac{-10}{-2}$
$x = 5$

$\mathbf{\frac{x}{a} = b}$

$\frac{x}{a} = b \quad / \cdot a$
$x = b \cdot a$

$\frac{x}{2} = 5 \quad / \cdot 2$
$x = 5 \cdot 2$
$x = 10$

$\frac{x}{5} = -7 \quad / \cdot 5$
$x = -7 \cdot 5$
$x = -35$

$\mathbf{a - x = b}$

$a - x = b \quad / - a$
$-x = b - a \quad / : (-1)$
$x = a - b$

$2 - x = 5 \quad / - 2$
$-x = 5 - 2$
$-x = 3 / : (-1)$
$x = -3$

$x - 5 = -7 \quad / + 5$
$x = -7 + 5$
$x = -2$

x − a = b

$x - a = b \quad / + a$
$x = b + a$

$x - 2 = 5 \quad / + 2$
$x = 5 + 2$
$x = 7$

$x - 5 = -7 \quad / + 5$
$x = -7 + 5$
$x = -2$

ax + b = cx + d

$ax + b = cx + d \quad / - cx$
$ax - cx + b = d \quad / - b$
$(a - c)x = d - b \quad / : (a - c)$
$a - c \neq 0$
$x = \frac{d-b}{a-c}$

$2x + 4 = 6x + 7 \quad / - 6x$
$-4x + 4 = 7 \quad / - 4$
$-4x = 3 \quad / : (-4)$
$x = -\frac{3}{4}$

1.1 $a \cdot x + b = c$

1.1.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$a \cdot x + b = c$
Koeffizienten:a, b, c
Gesucht: x

(1) $a = 9 \quad b = 7 \quad c = 2$
(2) $a = 5 \quad b = 6 \quad c = 8$
(3) $a = 7 \quad b = 7 \quad c = 5$
(4) $a = 1\frac{7}{12} \quad b = \frac{12}{19} \quad c = 6$
(5) $a = \frac{2}{3} \quad b = \frac{5}{7} \quad c = \frac{13}{16}$
(6) $a = \frac{16}{19} \quad b = 1\frac{6}{7} \quad c = 1\frac{1}{6}$
(7) $a = -2 \quad b = 3 \quad c = 4$
(8) $a = 4 \quad b = 5 \quad c = 6$
(9) $a = 4 \quad b = \frac{1}{6} \quad c = -3$
(10) $a = \frac{1}{4} \quad b = 6 \quad c = 7$
(11) $a = -\frac{1}{3} \quad b = 4 \quad c = -\frac{1}{5}$
(12) $a = 1\frac{2}{3} \quad b = -\frac{1}{4} \quad c = 5$
(13) $a = -\frac{2}{5} \quad b = 3 \quad c = \frac{3}{4}$
(14) $a = \frac{1}{3} \quad b = \frac{1}{3} \quad c = -\frac{4}{7}$
(15) $a = 5 \quad b = 6 \quad c = 7$
(16) $a = -5 \quad b = 6 \quad c = 7$

1.1.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$9x + 7 = 2 \quad / - 7$
$9x = -5 \quad / : 9$
$x = -\frac{5}{9}$

Aufgabe (2)

$5x + 6 = 8 \quad / - 6$
$5x = 2 \quad / : 5$
$x = \frac{2}{5}$

Aufgabe (3)

$7x + 7 = 5 \quad / - 7$
$7x = -2 \quad / : 7$
$x = -\frac{2}{7}$

Aufgabe (4)

$1\frac{7}{12}x + \frac{12}{19} = 6 \quad / - \frac{12}{19}$
$1\frac{7}{12}x = 5\frac{7}{19} \quad / : 1\frac{7}{12}$
$x = 3,39$

Aufgabe (5)

$\frac{2}{3}x + \frac{5}{7} = \frac{13}{16} \quad / - \frac{5}{7}$
$\frac{2}{3}x = \frac{11}{112} \quad / : \frac{2}{3}$
$x = 0,147$

Aufgabe (6)

$\frac{16}{19}x + 1\frac{6}{7} = 1\frac{1}{6} \quad / - 1\frac{6}{7}$
$\frac{16}{19}x = -\frac{29}{42} \quad / : \frac{16}{19}$
$x = -0,82$

Aufgabe (7)

$-2x + 3 = 4 \quad / - 3$
$-2x = 1 \quad / : (-2)$
$x = -\frac{1}{2}$

Aufgabe (8)

$4x + 5 = 6 \quad / - 5$
$4x = 1 \quad / : 4$
$x = \frac{1}{4}$

Aufgabe (9)

$4x + \frac{1}{6} = -3 \quad / - \frac{1}{6}$
$4x = -3\frac{1}{6} \quad / : 4$
$x = -\frac{19}{24}$

Aufgabe (10)

$\frac{1}{4}x + 6 = 7 \quad / - 6$
$\frac{1}{4}x = 1 \quad / : \frac{1}{4}$
$x = 4$

Aufgabe (11)

$-\frac{1}{3}x + 4 = -\frac{1}{5} \quad / - 4$
$-\frac{1}{3}x = -4\frac{1}{5} \quad / : (-\frac{1}{3})$
$x = 12\frac{3}{5}$

Aufgabe (12)

$1\frac{2}{3}x - \frac{1}{4} = 5 \quad / + \frac{1}{4}$
$1\frac{2}{3}x = 5\frac{1}{4} \quad / : 1\frac{2}{3}$
$x = 3\frac{3}{20}$

Aufgabe (13)

$-\frac{2}{5}x + 3 = \frac{3}{4} \quad / -3$
$-\frac{2}{5}x = -2\frac{1}{4} \quad / : (-\frac{2}{5})$
$x = 5\frac{5}{8}$

Aufgabe (14)

$\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = -\frac{4}{7} \quad / -\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}x = -\frac{19}{21} \quad / : \frac{1}{3}$
$x = -2\frac{5}{7}$

Aufgabe (15)

$5x + 6 = 7 \quad / -6$
$5x = 1 \quad / : 5$
$x = \frac{1}{5}$

Aufgabe (16)

$-5x + 6 = 7 \quad / -6$
$-5x = 1 \quad / : (-5)$
$x = -\frac{1}{5}$

1.2 $a \cdot x + b = c \cdot x + d$

1.2.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$a \cdot x + b = c \cdot x + d$
Koeffizienten:a, b, c, d
Gesucht: x

(1) $a = 9$ $b = 7$ $c = 2$ $d = 4$
(2) $a = 5$ $b = 6$ $c = 8$ $d = 1$
(3) $a = 7$ $b = 7$ $c = 5$ $d = 2$
(4) $a = 1\frac{7}{12}$ $b = \frac{12}{19}$ $c = 6$ $d = -3$
(5) $a = \frac{2}{3}$ $b = \frac{5}{7}$ $c = \frac{13}{16}$ $d = 1$
(6) $a = 4$ $b = 5$ $c = 6$ $d = -2$
(7) $a = 1$ $b = 3$ $c = 2$ $d = 5$
(8) $a = 1$ $b = 3$ $c = 2$ $d = 3$
(9) $a = 4$ $b = 5$ $c = 0$ $d = 7$
(10) $a = \frac{4}{5}$ $b = 5$ $c = \frac{3}{5}$ $d = 7$
(11) $a = -\frac{4}{9}$ $b = -\frac{5}{6}$ $c = 3$ $d = 7$
(12) $a = -\frac{4}{5}$ $b = -1\frac{1}{2}$ $c = -3$ $d = 2$
(13) $a = -\frac{3}{8}$ $b = 1\frac{1}{3}$ $c = 5$ $d = \frac{2}{3}$

1.2.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$9x + 7 = 2x + 4 \quad / - 2x$
$7x + 7 = 4 \quad / - 7$
$7x = -3 \quad / : 7$
$x = -\frac{3}{7}$

Aufgabe (2)

$5x + 6 = 8x + 1 \quad / - 8x$
$-3x + 6 = 1 \quad / - 6$
$-3x = -5 \quad / : (-3)$
$x = 1\frac{2}{3}$

Aufgabe (3)

$7x + 7 = 5x + 2 \quad / - 5x$
$2x + 7 = 2 \quad / - 7$
$2x = -5 \quad / : 2$
$x = -2\frac{1}{2}$

Aufgabe (4)

$1\frac{7}{12}x + \frac{12}{19} = 6x - 3 \quad / - 6x$
$-4\frac{5}{12}x + \frac{12}{19} = -3 \quad / - \frac{12}{19}$
$-4\frac{5}{12}x = -3\frac{12}{19} \quad / : (-4\frac{5}{12})$
$x = 0,822$

Aufgabe (5)

$\frac{2}{3}x + \frac{5}{7} = \frac{13}{16}x + 1 \quad / - \frac{13}{16}x$
$-\frac{7}{48}x + \frac{5}{7} = 1 \quad / - \frac{5}{7}$
$-\frac{7}{48}x = \frac{2}{7} \quad / : (-\frac{7}{48})$
$x = -1\frac{47}{49}$

Aufgabe (6)

$4x + 5 = 6x - 2 \quad / - 6x$
$-2x + 5 = -2 \quad / - 5$
$-2x = -7 \quad / : (-2)$
$x = 3\frac{1}{2}$

Aufgabe (7)

$x + 3 = 2x + 5 \quad / - 2x$
$-1x + 3 = 5 \quad / - 3$
$-1x = 2 \quad / : (-1)$
$x = -2$

Aufgabe (8)

$x + 3 = 2x + 3 \quad / - 2x$
$-1x + 3 = 3 \quad / - 3$
$-1x = 0 \quad / : (-1)$
$x = 0$

Aufgabe (9)

$4x + 5 = 7 \quad / - 5$
$4x = 2 \quad / : 4$
$x = \frac{1}{2}$

Aufgabe (10)

$\frac{4}{5}x + 5 = \frac{3}{5}x + 7 \quad / - \frac{3}{5}x$
$\frac{1}{5}x + 5 = 7 \quad / - 5$
$\frac{1}{5}x = 2 \quad / : \frac{1}{5}$
$x = 10$

Aufgabe (11)

$-\frac{4}{9}x - \frac{5}{6} = 3x + 7 \quad / - 3x$
$-3\frac{4}{9}x - \frac{5}{6} = 7 \quad / + \frac{5}{6}$
$-3\frac{4}{9}x = 7\frac{5}{6} \quad / : (-3\frac{4}{9})$

$x = -2\frac{17}{62}$

Aufgabe (12)

$-\frac{4}{5}x - 1\frac{1}{2} = -3x + 2 \quad / + 3x$
$2\frac{1}{5}x - 1\frac{1}{2} = 2 \quad / + 1\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{5}x = 3\frac{1}{2} \quad / : 2\frac{1}{5}$
$x = 1\frac{13}{22}$

Aufgabe (13)

$-\frac{3}{8}x + 1\frac{1}{3} = 5x + \frac{2}{3} \quad / - 5x$
$-5\frac{3}{8}x + 1\frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad / - 1\frac{1}{3}$
$-5\frac{3}{8}x = -\frac{2}{3} \quad / : (-5\frac{3}{8})$
$x = 0,124$

1.3 $a \cdot x + b = 0$

1.3.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$a \cdot x + b = 0$
Koeffizienten:a, b
Gesucht: x

(1) $a = 3$ $b = 9$
(2) $a = 8$ $b = 1$
(3) $a = 2$ $b = 3$
(4) $a = 3$ $b = 5$
(5) $a = 7$ $b = 7$
(6) $a = 5$ $b = 5$
(7) $a = 6$ $b = 6$
(8) $a = 8$ $b = 6$
(9) $a = 6$ $b = 4$
(10) $a = 1$ $b = 2$
(11) $a = 4$ $b = 7$
(12) $a = 2$ $b = 0$
(13) $a = -\frac{1}{2}$ $b = 0$
(14) $a = 6$ $b = -36$
(15) $a = 3$ $b = 3$
(16) $a = -\frac{1}{2}$ $b = 4\frac{1}{2}$
(17) $a = -\frac{2}{3}$ $b = \frac{1}{6}$
(18) $a = \frac{1}{4}$ $b = -2$
(19) $a = \frac{1}{4}$ $b = -3$

1.3.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$3x + 9 = 0 \quad / - 9$
$3x = -9 \quad / : 3$
$x = -3$

Aufgabe (2)

$8x + 1 = 0 \quad / - 1$
$8x = -1 \quad / : 8$
$x = -\frac{1}{8}$

Aufgabe (3)

$2x + 3 = 0 \quad / - 3$
$2x = -3 \quad / : 2$
$x = -1\frac{1}{2}$

Aufgabe (4)

$3x + 5 = 0 \quad / - 5$
$3x = -5 \quad / : 3$
$x = -1\frac{2}{3}$

Aufgabe (5)

$7x + 7 = 0 \quad / - 7$
$7x = -7 \quad / : 7$
$x = -1$

Aufgabe (6)

$5x + 5 = 0 \quad / - 5$
$5x = -5 \quad / : 5$
$x = -1$

Aufgabe (7)

$6x + 6 = 0 \quad / - 6$
$6x = -6 \quad / : 6$
$x = -1$

Aufgabe (8)

$8x + 6 = 0 \quad / - 6$
$8x = -6 \quad / : 8$
$x = -\frac{3}{4}$

Aufgabe (9)

$6x + 4 = 0 \quad / - 4$
$6x = -4 \quad / : 6$
$x = -\frac{2}{3}$

Aufgabe (10)

$x + 2 = 0 \quad / - 2$
$x = -2$

Aufgabe (11)

$4x + 7 = 0 \quad / - 7$
$4x = -7 \quad / : 4$
$x = -1\frac{3}{4}$

Aufgabe (12)

$2x = 0 \quad / : 2$
$x = 0$

Aufgabe (13)

$-\frac{1}{2}x = 0 \qquad / : (-\frac{1}{2})$
$x = 0$

Aufgabe (14)

$6x - 36 = 0 \qquad / + 36$
$6x = 36 \qquad / : 6$
$x = 6$

Aufgabe (15)

$3x + 3 = 0 \qquad / - 3$
$3x = -3 \qquad / : 3$
$x = -1$

Aufgabe (16)

$-\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2} = 0 \qquad / - 4\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}x = -4\frac{1}{2} \qquad / : (-\frac{1}{2})$
$x = 9$

Aufgabe (17)

$-\frac{2}{3}x + \frac{1}{6} = 0 \qquad / - \frac{1}{6}$
$-\frac{2}{3}x = -\frac{1}{6} \qquad / : (-\frac{2}{3})$
$x = \frac{1}{4}$

Aufgabe (18)

$\frac{1}{4}x - 2 = 0 \qquad / + 2$
$\frac{1}{4}x = 2 \qquad / : \frac{1}{4}$
$x = 8$

Aufgabe (19)

$\frac{1}{4}x - 3 = 0 \qquad / + 3$
$\frac{1}{4}x = 3 \qquad / : \frac{1}{4}$
$x = 12$

1.4 $a \cdot x = d$

1.4.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$a \cdot x = d$
Koeffizienten:a, d
Gesucht: x

(1) $a = 3 \quad d = 9$
(2) $a = 8 \quad d = 1$
(3) $a = 2 \quad d = 3$
(4) $a = 3 \quad d = 5$
(5) $a = 7 \quad d = 7$
(6) $a = 5 \quad d = 5$
(7) $a = 6 \quad d = 6$
(8) $a = 8 \quad d = 6$
(9) $a = 6 \quad d = 4$
(10) $a = 1 \quad d = 2$
(11) $a = 4 \quad d = 7$
(12) $a = 2 \quad d = 0$
(13) $a = -\frac{1}{2} \quad d = 0$
(14) $a = 6 \quad d = -36$
(15) $a = 3 \quad d = 3$
(16) $a = -\frac{1}{2} \quad d = 4\frac{1}{2}$
(17) $a = -\frac{2}{3} \quad d = \frac{1}{6}$
(18) $a = \frac{1}{4} \quad d = -2$
(19) $a = \frac{1}{4} \quad d = -3$
(20) $a = -2 \quad d = 4$
(21) $a = 1 \quad d = -2$
(22) $a = -1\frac{1}{4} \quad d = -10$
(23) $a = 4 \quad d = -8$
(24) $a = -\frac{24}{49} \quad d = 2\frac{22}{49}$
(25) $a = \frac{8}{27} \quad d = 2\frac{2}{3}$
(26) $a = \frac{20}{81} \quad d = 2\frac{2}{9}$

1.4.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$3x = 9 \quad / : 3$
$x = 3$

Aufgabe (2)

$8x = 1 \quad / : 8$
$x = \frac{1}{8}$

Aufgabe (3)

$2x = 3 \quad / : 2$
$x = 1\frac{1}{2}$

Aufgabe (4)

$3x = 5 \quad / : 3$
$x = 1\frac{2}{3}$

Aufgabe (5)

$7x = 7 \quad / : 7$
$x = 1$

Aufgabe (6)

$5x = 5 \quad / : 5$
$x = 1$

Aufgabe (7)

$6x = 6 \quad / : 6$
$x = 1$

Aufgabe (8)

$8x = 6 \quad / : 8$
$x = \frac{3}{4}$

Aufgabe (9)

$6x = 4 \quad / : 6$
$x = \frac{2}{3}$

Aufgabe (10)

$x = 2$

Aufgabe (11)

$4x = 7 \quad / : 4$
$x = 1\frac{3}{4}$

Aufgabe (12)

$2x = 0 \quad / : 2$
$x = 0$

Aufgabe (13)

$-\frac{1}{2}x = 0 \quad / : (-\frac{1}{2})$
$x = 0$

Aufgabe (14)

$6x = -36 \quad / : 6$
$x = -6$

Aufgabe (15)

$3x = 3 \quad / : 3$
$x = 1$

Aufgabe (16)

$-\frac{1}{2}x = 4\frac{1}{2} \quad / : (-\frac{1}{2})$
$x = -9$

Aufgabe (17)

$-\frac{2}{3}x = \frac{1}{6} \quad / : (-\frac{2}{3})$
$x = -\frac{1}{4}$

Aufgabe (18)

$\frac{1}{4}x = -2 \quad / : \frac{1}{4}$
$x = -8$

Aufgabe (19)

$\frac{1}{4}x = -3 \quad / : \frac{1}{4}$
$x = -12$

Aufgabe (20)

$-2x = 4 \quad / : (-2)$
$x = -2$

Aufgabe (21)

$x = -2$

Aufgabe (22)

$-1\frac{1}{4}x = -10 \quad / : (-1\frac{1}{4})$
$x = 8$

Aufgabe (23)

$4x = -8 \quad / : 4$
$x = -2$

Aufgabe (24)

$-\frac{24}{49}x = 2\frac{22}{49} \quad / : (-\frac{24}{49})$
$x = -5$

Aufgabe (25)

$\frac{8}{27}x = 2\frac{2}{3} \quad / : \frac{8}{27}$
$x = 9$

Aufgabe (26)

$\frac{20}{81}x = 2\frac{2}{9} \quad / : \frac{20}{81}$
$x = 9$

2 Quadratische Gleichung

Umformen: $ax^2 + c = 0$

$ax^2 + c = 0 \quad / - c$
$ax^2 = -c \quad / : a$
$x_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$
Diskriminante:
$D = \frac{-c}{a}$
$D = 0$ eine Lösung
$D > 0$ zwei Lösungen
$D < 0$ keine Lösung

$-\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{6} = 0 \quad / - \frac{1}{6}$
$-\frac{2}{3}x^2 = -\frac{1}{6} \quad / : \left(-\frac{2}{3}\right)$
$x^2 = \frac{-\frac{1}{6}}{-\frac{2}{3}}$
$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$
$x_1 = \frac{1}{2} \quad x_2 = -\frac{1}{2}$

Faktorisieren: $ax^2 + bx = 0$

$ax^2 + bx = 0$
$x(ax + b) = 0$
$x_1 = 0 \quad \vee \quad x_2 = \frac{-b}{a}$

$-2x^2 - 8x = 0$
$x(-2x - 8) = 0$
$x_1 = 0$
$-2x - 8 = 0 \quad / + 8$
$-2x = 8 \quad / : (-2)$
$x = \frac{8}{-2}$
$x_2 = -4$

$x^2 - x = 0$
$x(x - 1) = 0$
$x_1 = 0$
$x - 1 = 0 \quad / + 1$
$x = 1$
$x_2 = 1$

Lösungsformel (Mitternachtsformel): $ax^2 + bx + c = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$
$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$
Diskriminante:
$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$D = 0$ eine Lösung
$D > 0$ zwei Lösungen
$D < 0$ keine Lösung

$x^2 + 3x - 10 = 0$
$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$
$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$
$x_{1/2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$
$x_1 = \frac{-3 + 7}{2} \quad x_2 = \frac{-3 - 7}{2}$
$x_1 = 2 \quad x_2 = -5$

p-q Formel: $x^2 + px + q = 0$

$x^2 + px + q = 0$
$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
Diskriminante:
$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$
$D = 0$ eine Lösung
$D > 0$ zwei Lösungen
$D < 0$ keine Lösung

$x^2 + 3x - 10 = 0$
$x_{1/2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-10)}$
$x_{1/2} = -1\frac{1}{2} \pm \sqrt{12\frac{1}{4}}$
$x_{1/2} = -1\frac{1}{2} \pm 3\frac{1}{2}$
$x_1 = 2 \quad x_2 = -5$

Satz von Vieta: $\mathbf{x^2+px+q=0}$

$x^2+px+q=0$
x_1, x_2 sind die Lösungen der Gleichung
$(x-x_1)\cdot(x-x_2)=0$
$x^2-x_2\cdot x-x_1\cdot x+x_1\cdot x_2=0$
$x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$
$x_1+x_2=-p$
$x_1\cdot x_2=q$

$x^2+3x-10=0$
$p=3 \quad q=-10$
$x_1+x_2=-3$
$x_1\cdot x_2=10$
$2-5=-3$
$2\cdot(-5)=-10$
$x_1=2 \qquad x_2=-5$
$(x-2)\cdot(x+5)=0$

2.1 $ax^2+bx+c=0$

2.1.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$ax^2+bx+c=0$
Gesucht:
Lösung der Gleichung

(1) $3x^2+3=0$
(2) $-\frac{1}{2}x^2+4\frac{1}{2}=0$
(3) $-\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{6}=0$
(4) $\frac{1}{4}x^2-2=0$
(5) $\frac{1}{4}x^2-3=0$
(6) $-2x^2+4=0$
(7) $x^2-2=0$
(8) $-\frac{1}{3}x^2+2x=0$
(9) $-2x^2-8x=0$
(10) $x^2-1x=0$
(11) $\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x=0$
(12) $2x^2-5x=0$
(13) $x^2+2x-24=0$
(14) $x^2+3x-10=0$
(15) $x^2-1x=0$
(16) $x^2-8x-20=0$
(17) $x^2-8x+15=0$
(18) $-\frac{1}{3}x^2-2x+3=0$
(19) $x^2-4x+7=0$
(20) $-1x^2+4x-7=0$
(21) $2x^2+4x=0$
(22) $-\frac{1}{2}x^2+2x+5=0$
(23) $-2x^2+3x+4=0$
(24) $x^2+6x-2=0$
(25) $-\frac{1}{3}x^2+2x+5=0$
(26) $\frac{1}{2}x^2-1x+4=0$
(27) $-\frac{8}{49}x^2-\frac{24}{49}x+1\frac{31}{49}=0$
(28) $-\frac{32}{81}x^2-\frac{32}{81}x+7\frac{73}{81}=0$
(29) $-1\frac{1}{4}x^2+5x=0$
(30) $-\frac{3}{4}x^2-3x=0$
(31) $\frac{5}{9}x^2-5=0$
(32) $12x^2+12x=0$
(33) $-\frac{6}{25}x^2+1\frac{23}{25}x+2\frac{4}{25}=0$
(34) $-\frac{9}{25}x^2-2\frac{22}{25}x+3\frac{6}{25}=0$
(35) $-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{4}x+7\frac{7}{8}=0$
(36) $\frac{20}{49}x^2+3\frac{33}{49}x+3\frac{13}{49}=0$
(37) $-\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{9}x+\frac{8}{9}=0$
(38) $-2\frac{2}{9}x^2-2\frac{2}{9}x+4\frac{4}{9}=0$
(39) $-\frac{7}{9}x^2+4\frac{2}{3}x=0$
(40) $\frac{3}{49}x^2-\frac{6}{49}x-2\frac{46}{49}=0$
(41) $\frac{5}{9}x^2-3\frac{1}{3}x=0$
(42) $-1\frac{1}{4}x^2-10x-15=0$
(43) $4x^2-8x=0$
(44) $-\frac{24}{49}x^2+2\frac{22}{49}x+2\frac{46}{49}=0$
(45) $\frac{8}{27}x^2+2\frac{2}{3}x=0$
(46) $\frac{20}{81}x^2+2\frac{2}{9}x=0$
(47) $1\frac{11}{25}x^2+10\frac{2}{25}x+8\frac{16}{25}=0$

2.1.2 Lösungen

Aufgabe (1)

Umformen

$3x^2+3=0 \quad /-3$
$3x^2=-3 \quad /:3$
$x^2=\frac{-3}{3}$
keine Lösung

a-b-c Formel

$3x^2+0x+3=0$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot 3\cdot 3}}{2\cdot 3}$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{-36}}{6}$
Diskriminante negativ keine Lösung

p-q Formel

$3x^2+0x+3=0 \quad /:3$
$x^2+0x+1=0$
$x_{1/2}=-\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2-1}$
$x_{1/2}=0\pm\sqrt{-1}$
Diskriminante negativ keine Lösung

Aufgabe (2)

Umformen

$-\frac{1}{2}x^2+4\frac{1}{2}=0 \quad /-4\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}x^2=-4\frac{1}{2} \quad /:\left(-\frac{1}{2}\right)$
$x^2=\frac{-4\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$
$x=\pm\sqrt{9}$
$x_1=3 \quad x_2=-3$

a-b-c Formel

$-\frac{1}{2}x^2+0x+4\frac{1}{2}=0$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 4\frac{1}{2}}}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{9}}{-1}$
$x_{1/2}=\frac{0\pm 3}{-1}$
$x_1=\frac{0+3}{-1} \quad x_2=\frac{0-3}{-1}$
$x_1=-3 \quad x_2=3$

p-q Formel

$-\frac{1}{2}x^2+0x+4\frac{1}{2}=0 \quad /:-\frac{1}{2}$
$x^2+0x-9=0$
$x_{1/2}=-\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2-(-9)}$
$x_{1/2}=0\pm\sqrt{9}$
$x_{1/2}=0\pm 3$
$x_1=3 \quad x_2=-3$

Aufgabe (3)

Umformen

$-\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{6}=0 \quad /-\frac{1}{6}$
$-\frac{2}{3}x^2=-\frac{1}{6} \quad /:\left(-\frac{2}{3}\right)$
$x^2=\frac{-\frac{1}{6}}{-\frac{2}{3}}$
$x=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$
$x_1=\frac{1}{2} \quad x_2=-\frac{1}{2}$

a-b-c Formel

$-\frac{2}{3}x^2+0x+\frac{1}{6}=0$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{6}}}{2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)}$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{\frac{4}{9}}}{-1\frac{1}{3}}$
$x_{1/2}=\frac{0\pm\frac{2}{3}}{-1\frac{1}{3}}$
$x_1=\frac{0+\frac{2}{3}}{-1\frac{1}{3}} \quad x_2=\frac{0-\frac{2}{3}}{-1\frac{1}{3}}$
$x_1=-\frac{1}{2} \quad x_2=\frac{1}{2}$

p-q Formel

$-\frac{2}{3}x^2+0x+\frac{1}{6}=0 \quad /:-\frac{2}{3}$
$x^2+0x-\frac{1}{4}=0$
$x_{1/2}=-\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{4}\right)}$
$x_{1/2}=0\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$
$x_{1/2}=0\pm\frac{1}{2}$
$x_1=\frac{1}{2} \quad x_2=-\frac{1}{2}$

Aufgabe (4)

Umformen

$\frac{1}{4}x^2-2=0 \qquad /+2$
$\frac{1}{4}x^2=2 \qquad /:\frac{1}{4}$
$x^2=\frac{2}{\frac{1}{4}}$
$x=\pm\sqrt{8}$
$x_1=2,83 \qquad x_2=-2,83$

a-b-c Formel

$\frac{1}{4}x^2+0x-2=0$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot\frac{1}{4}\cdot(-2)}}{2\cdot\frac{1}{4}}$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$
$x_{1/2}=\frac{0\pm1,41}{\frac{1}{2}}$
$x_1=\frac{0+1,41}{\frac{1}{2}} \qquad x_2=\frac{0-1,41}{\frac{1}{2}}$
$x_1=2,83 \qquad x_2=-2,83$

p-q Formel

$\frac{1}{4}x^2+0x-2=0 \qquad /:\frac{1}{4}$
$x^2+0x-8=0$
$x_{1/2}=-\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2-(-8)}$
$x_{1/2}=0\pm\sqrt{8}$
$x_{1/2}=0\pm2,83$
$x_1=2,83 \qquad x_2=-2,83$

Aufgabe (5)

Umformen

$\frac{1}{4}x^2-3=0 \qquad /+3$
$\frac{1}{4}x^2=3 \qquad /:\frac{1}{4}$
$x^2=\frac{3}{\frac{1}{4}}$
$x=\pm\sqrt{12}$
$x_1=3,46 \qquad x_2=-3,46$

a-b-c Formel

$\frac{1}{4}x^2+0x-3=0$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot\frac{1}{4}\cdot(-3)}}{2\cdot\frac{1}{4}}$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}$
$x_{1/2}=\frac{0\pm1,73}{\frac{1}{2}}$
$x_1=\frac{0+1,73}{\frac{1}{2}} \qquad x_2=\frac{0-1,73}{\frac{1}{2}}$
$x_1=3,46 \qquad x_2=-3,46$

p-q Formel

$\frac{1}{4}x^2+0x-3=0 \qquad /:\frac{1}{4}$
$x^2+0x-12=0$
$x_{1/2}=-\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2-(-12)}$
$x_{1/2}=0\pm\sqrt{12}$
$x_{1/2}=0\pm3,46$
$x_1=3,46 \qquad x_2=-3,46$

Aufgabe (6)

Umformen

$-2x^2+4=0 \qquad /-4$
$-2x^2=-4 \qquad /:(-2)$
$x^2=\frac{-4}{-2}$
$x=\pm\sqrt{2}$
$x_1=1,41 \qquad x_2=-1,41$

a-b-c Formel

$-2x^2+0x+4=0$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot(-2)\cdot4}}{2\cdot(-2)}$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{32}}{-4}$
$x_{1/2}=\frac{0\pm5,66}{-4}$
$x_1=\frac{0+5,66}{-4} \qquad x_2=\frac{0-5,66}{-4}$
$x_1=-1,41 \qquad x_2=1,41$

p-q Formel

$-2x^2+0x+4=0 \qquad /:-2$
$x^2+0x-2=0$
$x_{1/2}=-\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2-(-2)}$
$x_{1/2}=0\pm\sqrt{2}$
$x_{1/2}=0\pm1,41$
$x_1=1,41 \qquad x_2=-1,41$

Aufgabe (7)

Umformen

$1x^2-2=0 \qquad /+2$
$1x^2=2 \qquad /:1$
$x^2=\frac{2}{1}$
$x=\pm\sqrt{2}$
$x_1=1,41 \qquad x_2=-1,41$

a-b-c Formel

$1x^2+0x-2=0$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1}$
$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{8}}{2}$
$x_{1/2}=\frac{0\pm 2,83}{2}$
$x_1=\frac{0+2,83}{2} \qquad x_2=\frac{0-2,83}{2}$
$x_1=1,41 \qquad x_2=-1,41$

p-q Formel

$x^2+0x-2=0$
$x_{1/2}=-\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2-(-2)}$
$x_{1/2}=0\pm\sqrt{2}$
$x_{1/2}=0\pm 1,41$
$x_1=1,41 \qquad x_2=-1,41$

Aufgabe (8)

x-Ausklammern

$-\frac{1}{3}x^2+2x=0$
$x(-\frac{1}{3}x+2)=0$

$-\frac{1}{3}x+2=0 \qquad /-2$
$-\frac{1}{3}x=-2 \qquad /:(-\frac{1}{3})$
$x=\frac{-2}{-\frac{1}{3}}$
$x_1=0$
$x_2=6$

a-b-c Formel

$-\frac{1}{3}x^2+2x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot(-\frac{1}{3})\cdot 0}}{2\cdot(-\frac{1}{3})}$
$x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{4}}{-\frac{2}{3}}$
$x_{1/2}=\frac{-2\pm 2}{-\frac{2}{3}}$
$x_1=\frac{-2+2}{-\frac{2}{3}} \qquad x_2=\frac{-2-2}{-\frac{2}{3}}$
$x_1=0 \qquad x_2=6$

p-q Formel

$-\frac{1}{3}x^2+2x+0=0 \qquad /:-\frac{1}{3}$
$x^2-6x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{-6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-6)}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=3\pm\sqrt{9}$
$x_{1/2}=3\pm 3$
$x_1=6 \qquad x_2=0$

Aufgabe (9)

x-Ausklammern

$-2x^2-8x=0$
$x(-2x-8)=0$

$-2x-8=0 \qquad /+8$
$-2x=8 \qquad /:(-2)$
$x=\frac{8}{-2}$
$x_1=0$
$x_2=-4$

a-b-c Formel

$-2x^2-8x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{+8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot(-2)\cdot 0}}{2\cdot(-2)}$
$x_{1/2}=\frac{+8\pm\sqrt{64}}{-4}$
$x_{1/2}=\frac{8\pm 8}{-4}$
$x_1=\frac{8+8}{-4} \qquad x_2=\frac{8-8}{-4}$
$x_1=-4 \qquad x_2=0$

p-q Formel

$-2x^2-8x+0=0 \qquad /:-2$
$x^2+4x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{4}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=-2\pm\sqrt{4}$
$x_{1/2}=-2\pm 2$
$x_1=0 \qquad x_2=-4$

Aufgabe (10)

x-Ausklammern

$1x^2-1x=0$
$x(1x-1)=0$

$1x-1=0 \quad /+1$
$1x=1 \quad /:1$
$x=\frac{1}{1}$
$x_1=0$
$x_2=1$

a-b-c Formel

$1x^2-1x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{+1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot 0}}{2\cdot 1}$
$x_{1/2}=\frac{+1\pm\sqrt{1}}{2}$
$x_{1/2}=\frac{1\pm 1}{2}$
$x_1=\frac{1+1}{2} \quad x_2=\frac{1-1}{2}$
$x_1=1 \quad x_2=0$

p-q Formel

$x^2-1x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{-1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-1)}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$
$x_{1/2}=\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}$
$x_1=1 \quad x_2=0$

Aufgabe (11)

x-Ausklammern

$\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x=0$
$x(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3})=0$

$\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}=0 \quad /+\frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}x=\frac{2}{3} \quad /:\frac{1}{2}$
$x=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}}$
$x_1=0$
$x_2=1\frac{1}{3}$

a-b-c Formel

$\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{+\frac{2}{3}\pm\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2-4\cdot\frac{1}{2}\cdot 0}}{2\cdot\frac{1}{2}}$
$x_{1/2}=\frac{+\frac{2}{3}\pm\sqrt{\frac{4}{9}}}{1}$
$x_{1/2}=\frac{\frac{2}{3}\pm\frac{2}{3}}{1}$
$x_1=\frac{\frac{2}{3}+\frac{2}{3}}{1} \quad x_2=\frac{\frac{2}{3}-\frac{2}{3}}{1}$
$x_1=1\frac{1}{3} \quad x_2=0$

p-q Formel

$\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x+0=0 \quad /:\frac{1}{2}$
$x^2-1\frac{1}{3}x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{-1\frac{1}{3}}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\left(-1\frac{1}{3}\right)}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=\frac{2}{3}\pm\sqrt{\frac{4}{9}}$
$x_{1/2}=\frac{2}{3}\pm\frac{2}{3}$
$x_1=1\frac{1}{3} \quad x_2=0$

Aufgabe (12)

x-Ausklammern

$2x^2-5x=0$
$x(2x-5)=0$

$2x-5=0 \quad /+5$
$2x=5 \quad /:2$
$x=\frac{5}{2}$
$x_1=0$
$x_2=2\frac{1}{2}$

a-b-c Formel

$2x^2-5x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{+5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot 0}}{2\cdot 2}$
$x_{1/2}=\frac{+5\pm\sqrt{25}}{4}$
$x_{1/2}=\frac{5\pm 5}{4}$
$x_1=\frac{5+5}{4} \quad x_2=\frac{5-5}{4}$
$x_1=2\frac{1}{2} \quad x_2=0$

p-q Formel

$2x^2-5x+0=0 \quad /:2$
$x^2-2\frac{1}{2}x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{-2\frac{1}{2}}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\left(-2\frac{1}{2}\right)}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=1\frac{1}{4}\pm\sqrt{1\frac{9}{16}}$
$x_{1/2}=1\frac{1}{4}\pm 1\frac{1}{4}$
$x_1=2\frac{1}{2} \quad x_2=0$

Aufgabe (13)

a-b-c Formel

$1x^2+2x-24=0$

$x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-24)}}{2\cdot1}$

$x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{100}}{2}$

$x_{1/2}=\frac{-2\pm10}{2}$

$x_1=\frac{-2+10}{2}\qquad x_2=\frac{-2-10}{2}$

$x_1=4\qquad x_2=-6$

p-q Formel

$x^2+2x-24=0$

$x_{1/2}=-\frac{2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2-(-24)}$

$x_{1/2}=-1\pm\sqrt{25}$

$x_{1/2}=-1\pm5$

$x_1=4\qquad x_2=-6$

Aufgabe (14)

a-b-c Formel

$1x^2+3x-10=0$

$x_{1/2}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot(-10)}}{2\cdot1}$

$x_{1/2}=\frac{-3\pm\sqrt{49}}{2}$

$x_{1/2}=\frac{-3\pm7}{2}$

$x_1=\frac{-3+7}{2}\qquad x_2=\frac{-3-7}{2}$

$x_1=2\qquad x_2=-5$

p-q Formel

$x^2+3x-10=0$

$x_{1/2}=-\frac{3}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2-(-10)}$

$x_{1/2}=-1\frac{1}{2}\pm\sqrt{12\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=-1\frac{1}{2}\pm3\frac{1}{2}$

$x_1=2\qquad x_2=-5$

Aufgabe (15)

x-Ausklammern

$1x^2-1x=0$

$x(1x-1)=0$

$1x-1=0\qquad/+1$

$1x=1\qquad/:1$

$x=\frac{1}{1}$

$x_1=0$

$x_2=1$

a-b-c Formel

$1x^2-1x+0=0$

$x_{1/2}=\frac{+1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot1\cdot0}}{2\cdot1}$

$x_{1/2}=\frac{+1\pm\sqrt{1}}{2}$

$x_{1/2}=\frac{1\pm1}{2}$

$x_1=\frac{1+1}{2}\qquad x_2=\frac{1-1}{2}$

$x_1=1\qquad x_2=0$

p-q Formel

$x^2-1x+0=0$

$x_{1/2}=-\frac{-1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-1)}{2}\right)^2-0}$

$x_{1/2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}$

$x_1=1\qquad x_2=0$

Aufgabe (16)

a-b-c Formel

$1x^2-8x-20=0$

$x_{1/2}=\frac{+8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot1\cdot(-20)}}{2\cdot1}$

$x_{1/2}=\frac{+8\pm\sqrt{144}}{2}$

$x_{1/2}=\frac{8\pm12}{2}$

$x_1=\frac{8+12}{2}\qquad x_2=\frac{8-12}{2}$

$x_1=10\qquad x_2=-2$

p-q Formel

$x^2-8x-20=0$

$x_{1/2}=-\frac{-8}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-8)}{2}\right)^2-(-20)}$

$x_{1/2}=4\pm\sqrt{36}$

$x_{1/2}=4\pm6$

$x_1=10\qquad x_2=-2$

Aufgabe (17)

a-b-c Formel

$1x^2-8x+15=0$

$x_{1/2}=\frac{+8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot1\cdot15}}{2\cdot1}$

$x_{1/2}=\frac{+8\pm\sqrt{4}}{2}$

$x_{1/2}=\frac{8\pm2}{2}$

$x_1=\frac{8+2}{2}\qquad x_2=\frac{8-2}{2}$

$x_1=5\qquad x_2=3$

p-q Formel

$x^2-8x+15=0$

$x_{1/2}=-\frac{-8}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-8)}{2}\right)^2-15}$

$x_{1/2}=4\pm\sqrt{1}$

$x_{1/2}=4\pm1$

$x_1=5\qquad x_2=3$

Aufgabe (18)

a-b-c Formel

$-\frac{1}{3}x^2-2x+3=0$

$x_{1/2}=\frac{+2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot3}}{2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{+2\pm\sqrt{8}}{-\frac{2}{3}}$

$x_{1/2}=\frac{2\pm2,83}{-\frac{2}{3}}$

$x_1=\frac{2+2,83}{-\frac{2}{3}}\qquad x_2=\frac{2-2,83}{-\frac{2}{3}}$

$x_1=-7,24\qquad x_2=1,24$

p-q Formel

$-\frac{1}{3}x^2-2x+3=0\qquad /:-\frac{1}{3}$

$x^2+6x-9=0$

$x_{1/2}=-\frac{6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2-(-9)}$

$x_{1/2}=-3\pm\sqrt{18}$

$x_{1/2}=-3\pm4,24$

$x_1=1,24\qquad x_2=-7,24$

Aufgabe (19)

a-b-c Formel

$1x^2-4x+7=0$

$x_{1/2}=\frac{+4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot7}}{2\cdot1}$

$x_{1/2}=\frac{+4\pm\sqrt{-12}}{2}$

Diskriminante negativ keine Lösung

p-q Formel

$x^2-4x+7=0$

$x_{1/2}=-\frac{-4}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2-7}$

$x_{1/2}=2\pm\sqrt{-3}$

Diskriminante negativ keine Lösung

Aufgabe (20)

a-b-c Formel

$-1x^2+4x-7=0$

$x_{1/2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot(-1)\cdot(-7)}}{2\cdot(-1)}$

$x_{1/2}=\frac{-4\pm\sqrt{-12}}{-2}$

Diskriminante negativ keine Lösung

p-q Formel

$-1x^2+4x-7=0 \quad /:-1$

$x^2-4x+7=0$

$x_{1/2}=-\frac{-4}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2-7}$

$x_{1/2}=2\pm\sqrt{-3}$

Diskriminante negativ keine Lösung

Aufgabe (21)

x-Ausklammern

$2x^2+4x=0$

$x(2x+4)=0$

$2x+4=0 \quad /-4$

$2x=-4 \quad /:2$

$x=\frac{-4}{2}$

$x_1=0$

$x_2=-2$

a-b-c Formel

$2x^2+4x+0=0$

$x_{1/2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot2\cdot0}}{2\cdot2}$

$x_{1/2}=\frac{-4\pm\sqrt{16}}{4}$

$x_{1/2}=\frac{-4\pm4}{4}$

$x_1=\frac{-4+4}{4} \quad x_2=\frac{-4-4}{4}$

$x_1=0 \quad x_2=-2$

p-q Formel

$2x^2+4x+0=0 \quad /:2$

$x^2+2x+0=0$

$x_{1/2}=-\frac{2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2-0}$

$x_{1/2}=-1\pm\sqrt{1}$

$x_{1/2}=-1\pm1$

$x_1=0 \quad x_2=-2$

Aufgabe (22)

a-b-c Formel

$-\frac{1}{2}x^2+2x+5=0$

$x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot5}}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{14}}{-1}$

$x_{1/2}=\frac{-2\pm3,74}{-1}$

$x_1=\frac{-2+3,74}{-1} \quad x_2=\frac{-2-3,74}{-1}$

$x_1=-1,74 \quad x_2=5,74$

p-q Formel

$-\frac{1}{2}x^2+2x+5=0 \quad /:-\frac{1}{2}$

$x^2-4x-10=0$

$x_{1/2}=-\frac{-4}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2-(-10)}$

$x_{1/2}=2\pm\sqrt{14}$

$x_{1/2}=2\pm3,74$

$x_1=5,74 \quad x_2=-1,74$

Aufgabe (23)

a-b-c Formel

$-2x^2+3x+4=0$

$x_{1/2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot(-2)\cdot 4}}{2\cdot(-2)}$

$x_{1/2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{41}}{-4}$

$x_{1/2}=\dfrac{-3\pm 6,4}{-4}$

$x_1=\dfrac{-3+6,4}{-4}\qquad x_2=\dfrac{-3-6,4}{-4}$

$x_1=-0,851\qquad x_2=2,35$

p-q Formel

$-2x^2+3x+4=0\qquad /:-2$

$x^2-1\frac{1}{2}x-2=0$

$x_{1/2}=-\dfrac{-1\frac{1}{2}}{2}\pm\sqrt{\left(\dfrac{\left(-1\frac{1}{2}\right)}{2}\right)^2-(-2)}$

$x_{1/2}=\dfrac{3}{4}\pm\sqrt{2\dfrac{9}{16}}$

$x_{1/2}=\dfrac{3}{4}\pm 1,6$

$x_1=2,35\qquad x_2=-0,851$

Aufgabe (24)

a-b-c Formel

$1x^2+6x-2=0$

$x_{1/2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1}$

$x_{1/2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{44}}{2}$

$x_{1/2}=\dfrac{-6\pm 6,63}{2}$

$x_1=\dfrac{-6+6,63}{2}\qquad x_2=\dfrac{-6-6,63}{2}$

$x_1=0,317\qquad x_2=-6,32$

p-q Formel

$x^2+6x-2=0$

$x_{1/2}=-\dfrac{6}{2}\pm\sqrt{\left(\dfrac{6}{2}\right)^2-(-2)}$

$x_{1/2}=-3\pm\sqrt{11}$

$x_{1/2}=-3\pm 3,32$

$x_1=0,317\qquad x_2=-6,32$

Aufgabe (25)

a-b-c Formel

$-\frac{1}{3}x^2+2x+5=0$

$x_{1/2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot 5}}{2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)}$

$x_{1/2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{10\frac{2}{3}}}{-\frac{2}{3}}$

$x_{1/2}=\dfrac{-2\pm 3,27}{-\frac{2}{3}}$

$x_1=\dfrac{-2+3,27}{-\frac{2}{3}}\qquad x_2=\dfrac{-2-3,27}{-\frac{2}{3}}$

$x_1=-1,9\qquad x_2=7,9$

p-q Formel

$-\frac{1}{3}x^2+2x+5=0\qquad /:-\frac{1}{3}$

$x^2-6x-15=0$

$x_{1/2}=-\dfrac{-6}{2}\pm\sqrt{\left(\dfrac{(-6)}{2}\right)^2-(-15)}$

$x_{1/2}=3\pm\sqrt{24}$

$x_{1/2}=3\pm 4,9$

$x_1=7,9\qquad x_2=-1,9$

Aufgabe (26)

a-b-c Formel

$\frac{1}{2}x^2-1x+4=0$

$x_{1/2}=\dfrac{+1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot\frac{1}{2}\cdot 4}}{2\cdot\frac{1}{2}}$

$x_{1/2}=\dfrac{+1\pm\sqrt{-7}}{1}$

Diskriminante negativ keine Lösung

p-q Formel

$\frac{1}{2}x^2-1x+4=0\qquad /:\frac{1}{2}$

$x^2-2x+8=0$

$x_{1/2}=-\dfrac{-2}{2}\pm\sqrt{\left(\dfrac{(-2)}{2}\right)^2-8}$

$x_{1/2}=1\pm\sqrt{-7}$

Diskriminante negativ keine Lösung

Aufgabe (27)

a-b-c Formel

$-\frac{8}{49}x^2-\frac{24}{49}x+1\frac{31}{49}=0$

$x_{1/2}=\frac{+\frac{24}{49}\pm\sqrt{\left(-\frac{24}{49}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{8}{49}\right)\cdot 1\frac{31}{49}}}{2\cdot\left(-\frac{8}{49}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{+\frac{24}{49}\pm\sqrt{1\frac{15}{49}}}{-\frac{16}{49}}$

$x_{1/2}=\frac{\frac{24}{49}\pm 1\frac{1}{7}}{-\frac{16}{49}}$

$x_1=\frac{\frac{24}{49}+1\frac{1}{7}}{-\frac{16}{49}}\qquad x_2=\frac{\frac{24}{49}-1\frac{1}{7}}{-\frac{16}{49}}$

$x_1=-5\qquad x_2=2$

p-q Formel

$-\frac{8}{49}x^2-\frac{24}{49}x+1\frac{31}{49}=0\qquad /:-\frac{8}{49}$

$x^2+3x-10=0$

$x_{1/2}=-\frac{3}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2-(-10)}$

$x_{1/2}=-1\frac{1}{2}\pm\sqrt{12\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=-1\frac{1}{2}\pm 3\frac{1}{2}$

$x_1=2\qquad x_2=-5$

Aufgabe (28)

a-b-c Formel

$-\frac{32}{81}x^2-\frac{32}{81}x+7\frac{73}{81}=0$

$x_{1/2}=\frac{+\frac{32}{81}\pm\sqrt{\left(-\frac{32}{81}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{32}{81}\right)\cdot 7\frac{73}{81}}}{2\cdot\left(-\frac{32}{81}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{+\frac{32}{81}\pm\sqrt{12\frac{52}{81}}}{-\frac{64}{81}}$

$x_{1/2}=\frac{\frac{32}{81}\pm 3\frac{5}{9}}{-\frac{64}{81}}$

$x_1=\frac{\frac{32}{81}+3\frac{5}{9}}{-\frac{64}{81}}\qquad x_2=\frac{\frac{32}{81}-3\frac{5}{9}}{-\frac{64}{81}}$

$x_1=-5\qquad x_2=4$

p-q Formel

$-\frac{32}{81}x^2-\frac{32}{81}x+7\frac{73}{81}=0\qquad /:-\frac{32}{81}$

$x^2+1x-20=0$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2-(-20)}$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{20\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm 4\frac{1}{2}$

$x_1=4\qquad x_2=-5$

Aufgabe (29)

x-Ausklammern

$-1\frac{1}{4}x^2+5x=0$

$x(-1\frac{1}{4}x+5)=0$

$-1\frac{1}{4}x+5=0\qquad /-5$

$-1\frac{1}{4}x=-5\qquad /:\left(-1\frac{1}{4}\right)$

$x=\frac{-5}{-1\frac{1}{4}}$

$x_1=0$

$x_2=4$

a-b-c Formel

$-1\frac{1}{4}x^2+5x+0=0$

$x_{1/2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot\left(-1\frac{1}{4}\right)\cdot 0}}{2\cdot\left(-1\frac{1}{4}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{-5\pm\sqrt{25}}{-2\frac{1}{2}}$

$x_{1/2}=\frac{-5\pm 5}{-2\frac{1}{2}}$

$x_1=\frac{-5+5}{-2\frac{1}{2}}\qquad x_2=\frac{-5-5}{-2\frac{1}{2}}$

$x_1=0\qquad x_2=4$

p-q Formel

$-1\frac{1}{4}x^2+5x+0=0\qquad /:-1\frac{1}{4}$

$x^2-4x+0=0$

$x_{1/2}=-\frac{-4}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2-0}$

$x_{1/2}=2\pm\sqrt{4}$

$x_{1/2}=2\pm 2$

$x_1=4\qquad x_2=0$

Aufgabe (30)

x-Ausklammern

$-\frac{3}{4}x^2-3x=0$

$x(-\frac{3}{4}x-3)=0$

$-\frac{3}{4}x-3=0 \quad /+3$

$-\frac{3}{4}x=3 \quad /:\left(-\frac{3}{4}\right)$

$x=\frac{3}{-\frac{3}{4}}$

$x_1=0$

$x_2=-4$

a-b-c Formel

$-\frac{3}{4}x^2-3x+0=0$

$x_{1/2}=\frac{+3\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot 0}}{2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{+3\pm\sqrt{9}}{-1\frac{1}{2}}$

$x_{1/2}=\frac{3\pm 3}{-1\frac{1}{2}}$

$x_1=\frac{3+3}{-1\frac{1}{2}} \qquad x_2=\frac{3-3}{-1\frac{1}{2}}$

$x_1=-4 \qquad x_2=0$

p-q Formel

$-\frac{3}{4}x^2-3x+0=0 \quad /:-\frac{3}{4}$

$x^2+4x+0=0$

$x_{1/2}=-\frac{4}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2-0}$

$x_{1/2}=-2\pm\sqrt{4}$

$x_{1/2}=-2\pm 2$

$x_1=0 \qquad x_2=-4$

Aufgabe (31)

Umformen

$\frac{5}{9}x^2-5=0 \quad /+5$

$\frac{5}{9}x^2=5 \quad /:\frac{5}{9}$

$x^2=\frac{5}{\frac{5}{9}}$

$x=\pm\sqrt{9}$

$x_1=3 \qquad x_2=-3$

a-b-c Formel

$\frac{5}{9}x^2+0x-5=0$

$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot\frac{5}{9}\cdot(-5)}}{2\cdot\frac{5}{9}}$

$x_{1/2}=\frac{-0\pm\sqrt{11\frac{1}{9}}}{1\frac{1}{9}}$

$x_{1/2}=\frac{0\pm 3\frac{1}{3}}{1\frac{1}{9}}$

$x_1=\frac{0+3\frac{1}{3}}{1\frac{1}{9}} \qquad x_2=\frac{0-3\frac{1}{3}}{1\frac{1}{9}}$

$x_1=3 \qquad x_2=-3$

p-q Formel

$\frac{5}{9}x^2+0x-5=0 \quad /:\frac{5}{9}$

$x^2+0x-9=0$

$x_{1/2}=-\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2-(-9)}$

$x_{1/2}=0\pm\sqrt{9}$

$x_{1/2}=0\pm 3$

$x_1=3 \qquad x_2=-3$

Aufgabe (32)

x-Ausklammern

$12x^2+12x=0$

$x(12x+12)=0$

$12x+12=0 \quad /-12$

$12x=-12 \quad /:12$

$x=\frac{-12}{12}$

$x_1=0$

$x_2=-1$

a-b-c Formel

$12x^2+12x+0=0$

$x_{1/2}=\frac{-12\pm\sqrt{12^2-4\cdot 12\cdot 0}}{2\cdot 12}$

$x_{1/2}=\frac{-12\pm\sqrt{144}}{24}$

$x_{1/2}=\frac{-12\pm 12}{24}$

$x_1=\frac{-12+12}{24} \qquad x_2=\frac{-12-12}{24}$

$x_1=0 \qquad x_2=-1$

p-q Formel

$12x^2+12x+0=0 \quad /:12$

$x^2+1x+0=0$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2-0}$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}$

$x_1=0 \qquad x_2=-1$

Aufgabe (33)

a-b-c Formel

$-\frac{6}{25}x^2+1\frac{23}{25}x+2\frac{4}{25}=0$

$x_{1/2}=\frac{-1\frac{23}{25}\pm\sqrt{\left(1\frac{23}{25}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{6}{25}\right)\cdot 2\frac{4}{25}}}{2\cdot\left(-\frac{6}{25}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{-1\frac{23}{25}\pm\sqrt{5\frac{19}{25}}}{-\frac{12}{25}}$

$x_{1/2}=\frac{-1\frac{23}{25}\pm 2\frac{2}{5}}{-\frac{12}{25}}$

$x_1=\frac{-1\frac{23}{25}+2\frac{2}{5}}{-\frac{12}{25}}\qquad x_2=\frac{-1\frac{23}{25}-2\frac{2}{5}}{-\frac{12}{25}}$

$x_1=-1\qquad x_2=9$

p-q Formel

$-\frac{6}{25}x^2+1\frac{23}{25}x+2\frac{4}{25}=0\qquad /:-\frac{6}{25}$

$x^2-8x-9=0$

$x_{1/2}=-\frac{-8}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-8)}{2}\right)^2-(-9)}$

$x_{1/2}=4\pm\sqrt{25}$

$x_{1/2}=4\pm 5$

$x_1=9\qquad x_2=-1$

Aufgabe (34)

a-b-c Formel

$-\frac{9}{25}x^2-2\frac{22}{25}x+3\frac{6}{25}=0$

$x_{1/2}=\frac{+2\frac{22}{25}\pm\sqrt{\left(-2\frac{22}{25}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{9}{25}\right)\cdot 3\frac{6}{25}}}{2\cdot\left(-\frac{9}{25}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{+2\frac{22}{25}\pm\sqrt{12\frac{24}{25}}}{-\frac{18}{25}}$

$x_{1/2}=\frac{2\frac{22}{25}\pm 3\frac{3}{5}}{-\frac{18}{25}}$

$x_1=\frac{2\frac{22}{25}+3\frac{3}{5}}{-\frac{18}{25}}\qquad x_2=\frac{2\frac{22}{25}-3\frac{3}{5}}{-\frac{18}{25}}$

$x_1=-9\qquad x_2=1$

p-q Formel

$-\frac{9}{25}x^2-2\frac{22}{25}x+3\frac{6}{25}=0\qquad /:-\frac{9}{25}$

$x^2+8x-9=0$

$x_{1/2}=-\frac{8}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2-(-9)}$

$x_{1/2}=-4\pm\sqrt{25}$

$x_{1/2}=-4\pm 5$

$x_1=1\qquad x_2=-9$

Aufgabe (35)

a-b-c Formel

$-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{4}x+7\frac{7}{8}=0$

$x_{1/2}=\frac{-\frac{1}{4}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)\cdot 7\frac{7}{8}}}{2\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{-\frac{1}{4}\pm\sqrt{4}}{-\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=\frac{-\frac{1}{4}\pm 2}{-\frac{1}{4}}$

$x_1=\frac{-\frac{1}{4}+2}{-\frac{1}{4}}\qquad x_2=\frac{-\frac{1}{4}-2}{-\frac{1}{4}}$

$x_1=-7\qquad x_2=9$

p-q Formel

$-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{4}x+7\frac{7}{8}=0\qquad /:-\frac{1}{8}$

$x^2-2x-63=0$

$x_{1/2}=-\frac{-2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-2)}{2}\right)^2-(-63)}$

$x_{1/2}=1\pm\sqrt{64}$

$x_{1/2}=1\pm 8$

$x_1=9\qquad x_2=-7$

Aufgabe (36)

a-b-c Formel

$\frac{20}{49}x^2+3\frac{33}{49}x+3\frac{13}{49}=0$

$x_{1/2}=\frac{-3\frac{33}{49}\pm\sqrt{\left(3\frac{33}{49}\right)^2-4\cdot\frac{20}{49}\cdot3\frac{13}{49}}}{2\cdot\frac{20}{49}}$

$x_{1/2}=\frac{-3\frac{33}{49}\pm\sqrt{8\frac{8}{49}}}{\frac{40}{49}}$

$x_{1/2}=\frac{-3\frac{33}{49}\pm2\frac{6}{7}}{\frac{40}{49}}$

$x_1=\frac{-3\frac{33}{49}+2\frac{6}{7}}{\frac{40}{49}}\qquad x_2=\frac{-3\frac{33}{49}-2\frac{6}{7}}{\frac{40}{49}}$

$x_1=-1\qquad x_2=-8$

p-q Formel

$\frac{20}{49}x^2+3\frac{33}{49}x+3\frac{13}{49}=0\qquad/:\frac{20}{49}$

$x^2+9x+8=0$

$x_{1/2}=-\frac{9}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2-8}$

$x_{1/2}=-4\frac{1}{2}\pm\sqrt{12\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=-4\frac{1}{2}\pm3\frac{1}{2}$

$x_1=-1\qquad x_2=-8$

Aufgabe (37)

a-b-c Formel

$-\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{9}x+\frac{8}{9}=0$

$x_{1/2}=\frac{-\frac{4}{9}\pm\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)\cdot\frac{8}{9}}}{2\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{-\frac{4}{9}\pm\sqrt{1\frac{7}{9}}}{-\frac{8}{9}}$

$x_{1/2}=\frac{-\frac{4}{9}\pm1\frac{1}{3}}{-\frac{8}{9}}$

$x_1=\frac{-\frac{4}{9}+1\frac{1}{3}}{-\frac{8}{9}}\qquad x_2=\frac{-\frac{4}{9}-1\frac{1}{3}}{-\frac{8}{9}}$

$x_1=-1\qquad x_2=2$

p-q Formel

$-\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{9}x+\frac{8}{9}=0\qquad/:-\frac{4}{9}$

$x^2-1x-2=0$

$x_{1/2}=-\frac{-1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-1)}{2}\right)^2-(-2)}$

$x_{1/2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{2\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=\frac{1}{2}\pm1\frac{1}{2}$

$x_1=2\qquad x_2=-1$

Aufgabe (38)

a-b-c Formel

$-2\frac{2}{9}x^2-2\frac{2}{9}x+4\frac{4}{9}=0$

$x_{1/2}=\frac{+2\frac{2}{9}\pm\sqrt{\left(-2\frac{2}{9}\right)^2-4\cdot\left(-2\frac{2}{9}\right)\cdot4\frac{4}{9}}}{2\cdot\left(-2\frac{2}{9}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{+2\frac{2}{9}\pm\sqrt{44\frac{4}{9}}}{-4\frac{4}{9}}$

$x_{1/2}=\frac{2\frac{2}{9}\pm6\frac{2}{3}}{-4\frac{4}{9}}$

$x_1=\frac{2\frac{2}{9}+6\frac{2}{3}}{-4\frac{4}{9}}\qquad x_2=\frac{2\frac{2}{9}-6\frac{2}{3}}{-4\frac{4}{9}}$

$x_1=-2\qquad x_2=1$

p-q Formel

$-2\frac{2}{9}x^2-2\frac{2}{9}x+4\frac{4}{9}=0\qquad/:-2\frac{2}{9}$

$x^2+1x-2=0$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2-(-2)}$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{2\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm1\frac{1}{2}$

$x_1=1\qquad x_2=-2$

Aufgabe (39)

x-Ausklammern

$-\frac{7}{9}x^2+4\frac{2}{3}x=0$
$x(-\frac{7}{9}x+4\frac{2}{3})=0$

$-\frac{7}{9}x+4\frac{2}{3}=0 \qquad /-4\frac{2}{3}$
$-\frac{7}{9}x=-4\frac{2}{3} \qquad /:\left(-\frac{7}{9}\right)$
$x=\frac{-4\frac{2}{3}}{-\frac{7}{9}}$
$x_1=0$
$x_2=6$

a-b-c Formel

$-\frac{7}{9}x^2+4\frac{2}{3}x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{-4\frac{2}{3}\pm\sqrt{\left(4\frac{2}{3}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{7}{9}\right)\cdot 0}}{2\cdot\left(-\frac{7}{9}\right)}$
$x_{1/2}=\frac{-4\frac{2}{3}\pm\sqrt{21\frac{7}{9}}}{-1\frac{5}{9}}$
$x_{1/2}=\frac{-4\frac{2}{3}\pm 4\frac{2}{3}}{-1\frac{5}{9}}$
$x_1=\frac{-4\frac{2}{3}+4\frac{2}{3}}{-1\frac{5}{9}} \qquad x_2=\frac{-4\frac{2}{3}-4\frac{2}{3}}{-1\frac{5}{9}}$
$x_1=0 \qquad x_2=6$

p-q Formel

$-\frac{7}{9}x^2+4\frac{2}{3}x+0=0 \qquad /:-\frac{7}{9}$
$x^2-6x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{-6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-6)}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=3\pm\sqrt{9}$
$x_{1/2}=3\pm 3$
$x_1=6 \qquad x_2=0$

Aufgabe (40)

a-b-c Formel

$\frac{3}{49}x^2-\frac{6}{49}x-2\frac{46}{49}=0$
$x_{1/2}=\frac{+\frac{6}{49}\pm\sqrt{\left(-\frac{6}{49}\right)^2-4\cdot\frac{3}{49}\cdot\left(-2\frac{46}{49}\right)}}{2\cdot\frac{3}{49}}$
$x_{1/2}=\frac{+\frac{6}{49}\pm\sqrt{\frac{36}{49}}}{\frac{6}{49}}$
$x_{1/2}=\frac{\frac{6}{49}\pm\frac{6}{7}}{\frac{6}{49}}$
$x_1=\frac{\frac{6}{49}+\frac{6}{7}}{\frac{6}{49}} \qquad x_2=\frac{\frac{6}{49}-\frac{6}{7}}{\frac{6}{49}}$
$x_1=8 \qquad x_2=-6$

p-q Formel

$\frac{3}{49}x^2-\frac{6}{49}x-2\frac{46}{49}=0 \qquad /:\frac{3}{49}$
$x^2-2x-48=0$
$x_{1/2}=-\frac{-2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-2)}{2}\right)^2-(-48)}$
$x_{1/2}=1\pm\sqrt{49}$
$x_{1/2}=1\pm 7$
$x_1=8 \qquad x_2=-6$

Aufgabe (41)

x-Ausklammern

$\frac{5}{9}x^2-3\frac{1}{3}x=0$
$x(\frac{5}{9}x-3\frac{1}{3})=0$

$\frac{5}{9}x-3\frac{1}{3}=0 \qquad /+3\frac{1}{3}$
$\frac{5}{9}x=3\frac{1}{3} \qquad /:\frac{5}{9}$
$x=\frac{3\frac{1}{3}}{\frac{5}{9}}$
$x_1=0$
$x_2=6$

a-b-c Formel

$\frac{5}{9}x^2-3\frac{1}{3}x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{+3\frac{1}{3}\pm\sqrt{\left(-3\frac{1}{3}\right)^2-4\cdot\frac{5}{9}\cdot 0}}{2\cdot\frac{5}{9}}$
$x_{1/2}=\frac{+3\frac{1}{3}\pm\sqrt{11\frac{1}{9}}}{1\frac{1}{9}}$
$x_{1/2}=\frac{3\frac{1}{3}\pm 3\frac{1}{3}}{1\frac{1}{9}}$
$x_1=\frac{3\frac{1}{3}+3\frac{1}{3}}{1\frac{1}{9}} \qquad x_2=\frac{3\frac{1}{3}-3\frac{1}{3}}{1\frac{1}{9}}$
$x_1=6 \qquad x_2=0$

p-q Formel

$\frac{5}{9}x^2-3\frac{1}{3}x+0=0 \qquad /:\frac{5}{9}$
$x^2-6x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{-6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-6)}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=3\pm\sqrt{9}$
$x_{1/2}=3\pm 3$
$x_1=6 \qquad x_2=0$

Aufgabe (42)

a-b-c Formel

$-1\frac{1}{4}x^2-10x-15=0$

$x_{1/2}=\frac{+10\pm\sqrt{(-10)^2-4\cdot\left(-1\frac{1}{4}\right)\cdot(-15)}}{2\cdot\left(-1\frac{1}{4}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{+10\pm\sqrt{25}}{-2\frac{1}{2}}$

$x_{1/2}=\frac{10\pm5}{-2\frac{1}{2}}$

$x_1=\frac{10+5}{-2\frac{1}{2}}\qquad x_2=\frac{10-5}{-2\frac{1}{2}}$

$x_1=-6\qquad x_2=-2$

p-q Formel

$-1\frac{1}{4}x^2-10x-15=0\qquad /:-1\frac{1}{4}$

$x^2+8x+12=0$

$x_{1/2}=-\frac{8}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2-12}$

$x_{1/2}=-4\pm\sqrt{4}$

$x_{1/2}=-4\pm2$

$x_1=-2\qquad x_2=-6$

Aufgabe (43)

x-Ausklammern

$4x^2-8x=0$

$x(4x-8)=0$

$4x-8=0\qquad /+8$

$4x=8\qquad /:4$

$x=\frac{8}{4}$

$x_1=0$

$x_2=2$

a-b-c Formel

$4x^2-8x+0=0$

$x_{1/2}=\frac{+8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot4\cdot0}}{2\cdot4}$

$x_{1/2}=\frac{+8\pm\sqrt{64}}{8}$

$x_{1/2}=\frac{8\pm8}{8}$

$x_1=\frac{8+8}{8}\qquad x_2=\frac{8-8}{8}$

$x_1=2\qquad x_2=0$

p-q Formel

$4x^2-8x+0=0\qquad /:4$

$x^2-2x+0=0$

$x_{1/2}=-\frac{-2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-2)}{2}\right)^2-0}$

$x_{1/2}=1\pm\sqrt{1}$

$x_{1/2}=1\pm1$

$x_1=2\qquad x_2=0$

Aufgabe (44)

a-b-c Formel

$-\frac{24}{49}x^2+2\frac{22}{49}x+2\frac{46}{49}=0$

$x_{1/2}=\frac{-2\frac{22}{49}\pm\sqrt{\left(2\frac{22}{49}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{24}{49}\right)\cdot2\frac{46}{49}}}{2\cdot\left(-\frac{24}{49}\right)}$

$x_{1/2}=\frac{-2\frac{22}{49}\pm\sqrt{11\frac{37}{49}}}{-\frac{48}{49}}$

$x_{1/2}=\frac{-2\frac{22}{49}\pm3\frac{3}{7}}{-\frac{48}{49}}$

$x_1=\frac{-2\frac{22}{49}+3\frac{3}{7}}{-\frac{48}{49}}\qquad x_2=\frac{-2\frac{22}{49}-3\frac{3}{7}}{-\frac{48}{49}}$

$x_1=-1\qquad x_2=6$

p-q Formel

$-\frac{24}{49}x^2+2\frac{22}{49}x+2\frac{46}{49}=0\qquad /:-\frac{24}{49}$

$x^2-5x-6=0$

$x_{1/2}=-\frac{-5}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-5)}{2}\right)^2-(-6)}$

$x_{1/2}=2\frac{1}{2}\pm\sqrt{12\frac{1}{4}}$

$x_{1/2}=2\frac{1}{2}\pm3\frac{1}{2}$

$x_1=6\qquad x_2=-1$

Aufgabe (45)

x-Ausklammern

$\frac{8}{27}x^2+2\frac{2}{3}x=0$
$x(\frac{8}{27}x+2\frac{2}{3})=0$

$\frac{8}{27}x+2\frac{2}{3}=0 \qquad /-2\frac{2}{3}$
$\frac{8}{27}x=-2\frac{2}{3} \qquad /:\frac{8}{27}$
$x=\frac{-2\frac{2}{3}}{\frac{8}{27}}$
$x_1=0$
$x_2=-9$

a-b-c Formel

$\frac{8}{27}x^2+2\frac{2}{3}x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{-2\frac{2}{3}\pm\sqrt{\left(2\frac{2}{3}\right)^2-4\cdot\frac{8}{27}\cdot 0}}{2\cdot\frac{8}{27}}$
$x_{1/2}=\frac{-2\frac{2}{3}\pm\sqrt{7\frac{1}{9}}}{\frac{16}{27}}$
$x_{1/2}=\frac{-2\frac{2}{3}\pm 2\frac{2}{3}}{\frac{16}{27}}$
$x_1=\frac{-2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}}{\frac{16}{27}} \qquad x_2=\frac{-2\frac{2}{3}-2\frac{2}{3}}{\frac{16}{27}}$
$x_1=0 \qquad x_2=-9$

p-q Formel

$\frac{8}{27}x^2+2\frac{2}{3}x+0=0 \qquad /:\frac{8}{27}$
$x^2+9x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{9}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=-4\frac{1}{2}\pm\sqrt{20\frac{1}{4}}$
$x_{1/2}=-4\frac{1}{2}\pm 4\frac{1}{2}$
$x_1=0 \qquad x_2=-9$

Aufgabe (46)

x-Ausklammern

$\frac{20}{81}x^2+2\frac{2}{9}x=0$
$x(\frac{20}{81}x+2\frac{2}{9})=0$

$\frac{20}{81}x+2\frac{2}{9}=0 \qquad /-2\frac{2}{9}$
$\frac{20}{81}x=-2\frac{2}{9} \qquad /:\frac{20}{81}$
$x=\frac{-2\frac{2}{9}}{\frac{20}{81}}$
$x_1=0$
$x_2=-9$

a-b-c Formel

$\frac{20}{81}x^2+2\frac{2}{9}x+0=0$
$x_{1/2}=\frac{-2\frac{2}{9}\pm\sqrt{\left(2\frac{2}{9}\right)^2-4\cdot\frac{20}{81}\cdot 0}}{2\cdot\frac{20}{81}}$
$x_{1/2}=\frac{-2\frac{2}{9}\pm\sqrt{4\frac{76}{81}}}{\frac{40}{81}}$
$x_{1/2}=\frac{-2\frac{2}{9}\pm 2\frac{2}{9}}{\frac{40}{81}}$
$x_1=\frac{-2\frac{2}{9}+2\frac{2}{9}}{\frac{40}{81}} \qquad x_2=\frac{-2\frac{2}{9}-2\frac{2}{9}}{\frac{40}{81}}$
$x_1=0 \qquad x_2=-9$

p-q Formel

$\frac{20}{81}x^2+2\frac{2}{9}x+0=0 \qquad /:\frac{20}{81}$
$x^2+9x+0=0$
$x_{1/2}=-\frac{9}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2-0}$
$x_{1/2}=-4\frac{1}{2}\pm\sqrt{20\frac{1}{4}}$
$x_{1/2}=-4\frac{1}{2}\pm 4\frac{1}{2}$
$x_1=0 \qquad x_2=-9$

Aufgabe (47)

a-b-c Formel

$1\frac{11}{25}x^2+10\frac{2}{25}x+8\frac{16}{25}=0$
$x_{1/2}=\frac{-10\frac{2}{25}\pm\sqrt{\left(10\frac{2}{25}\right)^2-4\cdot 1\frac{11}{25}\cdot 8\frac{16}{25}}}{2\cdot 1\frac{11}{25}}$
$x_{1/2}=\frac{-10\frac{2}{25}\pm\sqrt{51\frac{21}{25}}}{2\frac{22}{25}}$
$x_{1/2}=\frac{-10\frac{2}{25}\pm 7\frac{1}{5}}{2\frac{22}{25}}$
$x_1=\frac{-10\frac{2}{25}+7\frac{1}{5}}{2\frac{22}{25}} \qquad x_2=\frac{-10\frac{2}{25}-7\frac{1}{5}}{2\frac{22}{25}}$
$x_1=-1 \qquad x_2=-6$

p-q Formel

$1\frac{11}{25}x^2+10\frac{2}{25}x+8\frac{16}{25}=0 \qquad /:1\frac{11}{25}$
$x^2+7x+6=0$
$x_{1/2}=-\frac{7}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2-6}$
$x_{1/2}=-3\frac{1}{2}\pm\sqrt{6\frac{1}{4}}$
$x_{1/2}=-3\frac{1}{2}\pm 2\frac{1}{2}$
$x_1=-1 \qquad x_2=-6$

3 Kubische Gleichungen

Umformen: $ax^3 + b = 0$

$$ax^3 + b = 0$$
$$ax^3 + b = 0 \qquad / - b$$
$$ax^3 = -b \qquad / : a$$
$$x^3 = \frac{-b}{a}$$
$$x = \sqrt[3]{\frac{-b}{a}}$$
$$\frac{-b}{a} > 0 \qquad x = \sqrt[3]{\frac{-b}{a}}$$
$$\frac{-b}{a} < 0 \qquad x = -\sqrt[3]{\left|\frac{-b}{a}\right|}$$

$$3x^3 + 24 = 0$$
$$3x^3 + 24 = 0 \qquad / - 24$$
$$3x^3 = -24 \qquad / : 3$$
$$x^3 = \frac{-24}{3}$$
$$x = \sqrt[3]{-8}$$
$$x = -2$$

$$-3x^3 + 24 = 0$$
$$-3x^3 + 24 = 0 \qquad / - 24$$
$$-3x^3 = -24 \qquad / : (-3)$$
$$x^3 = \frac{-24}{-3}$$
$$x = \sqrt[3]{8}$$
$$x = 2$$

Faktorisieren: $ax^3 + bx = 0$

$$ax^3 + bx = 0$$
$$x(ax^2 + b) = 0$$
$$x_1 = 0 \qquad \vee \qquad (ax^2 + b) = 0$$

$$-9x^3 + 25x = 0$$
$$x(-9x^2 + 25) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0 \quad \vee \quad -9x^2 + 25 = 0$$
$$-9x^2 + 25 = 0 \qquad / - 25$$
$$-9x^2 = -25 \qquad / : (-9)$$
$$x^2 = \frac{-25}{-9}$$
$$x = \pm\sqrt{2\tfrac{7}{9}}$$
$$x_2 = 1\tfrac{2}{3} \qquad x_3 = -1\tfrac{2}{3}$$

Faktorisieren: $ax^3 + bx^2 = 0$

$$ax^3 + bx^2 = 0$$
$$x^2(ax + b) = 0$$
$$x_{1/2} = 0 \qquad \vee \qquad (ax + b) = 0$$

$$-6\tfrac{3}{4}x^3 - 13\tfrac{1}{2}x^2 = 0$$
$$x^2(-6\tfrac{3}{4}x - 13\tfrac{1}{2}) = 0$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = 0 \quad \vee \quad -6\tfrac{3}{4}x - 13\tfrac{1}{2} = 0$$
$$-6\tfrac{3}{4}x - 13\tfrac{1}{2} = 0 \qquad / + 13\tfrac{1}{2}$$
$$-6\tfrac{3}{4}x = 13\tfrac{1}{2} \qquad / : \left(-6\tfrac{3}{4}\right)$$
$$x = \frac{13\frac{1}{2}}{-6\frac{3}{4}}$$
$$x_3 = -2$$

Polynomdivision

$ax^3 + bx^2 + d = 0$
$ax^3 + cx + d = 0$
$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

• Die ganzzahligen Faktoren von d in die Funktion einsetzen. Wird bei einem Faktor der Funktionswert Null, hat man eine Nullstelle x_0 gefunden.

• Wenn x_0 ein Nullstelle von f(x) ist, so ist f(x) durch $(x-x_0)$ ohne Rest teilbar.

• Mit dem Linearfaktor $(x - x_0)$ wird die Polynomdivision durchgeführen.

$(ax^3 + bx^2 + cx + d) : (x - x_0) = fx^2 + dx + e$
$f(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d) = (x - x_0) \cdot (fx^2 + dx + e)$

$x^3 + 3x^2 - 4 = 0$

$x^3 + 3x^2 - 4 = 0$
$d = 4$ Ganzzahlige Faktoren: $\pm 1, \pm 2, \pm 4$
$f(1) = 0$
Nullstelle gefunden: $x_1 = 1$

$$\begin{array}{llll} (x^3 & +3x^2 & -4 &) : (x-1) = x^2 + 4x + 4 \\ -(x^3 & -x^2) & & \\ \hline & 4x^2 & -4 & \\ & -(4x^2 & -4x) & \\ \hline & & 4x \quad -4 & \\ & & -(4x \quad -4) & \\ \hline & & 0 & \end{array}$$

$1x^2 + 4x + 4 = 0$
$x_{2/3} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$
$x_{2/3} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2}$
$x_{2/3} = \frac{-4 \pm 0}{2}$
$x_2 = \frac{-4 + 0}{2} \qquad x_3 = \frac{-4 - 0}{2}$
$x_2 = -2 \qquad x_3 = -2$

3.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$
Gesucht:
Lösung der Gleichung

(1) $-2x^3 = 0$
(2) $3x^3 + 24 = 0$
(3) $-3x^3 + 24 = 0$
(4) $-8x^3 + 27 = 0$
(5) $-1x^3 + 4x = 0$
(6) $-9x^3 + 25x = 0$
(7) $-\frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{3}x^2 = 0$
(8) $x^3 - 3x^2 = 0$
(9) $\frac{1}{2}x^3 + 4 = 0$
(10) $-\frac{1}{6}x^3 + 2x = 0$
(11) $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 5x = 0$
(12) $-1x^3 + 3x + 2 = 0$
(13) $-1x^3 + 3x^2 - 4 = 0$
(14) $4x^3 + 5x^2 - 6x = 0$
(15) $-\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6 = 0$
(16) $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$
(17) $-\frac{27}{55}x^3 - \frac{54}{55}x^2 + 5\frac{2}{5}x + 5\frac{49}{55} = 0$
(18) $\frac{1}{10}x^3 + \frac{3}{10}x^2 - 1\frac{3}{5}x - 4\frac{4}{5} = 0$
(19) $-5\frac{2}{5}x^3 - 37\frac{4}{5}x^2 - 75\frac{3}{5}x - 43\frac{1}{5} = 0$
(20) $-6\frac{3}{4}x^3 - 13\frac{1}{2}x^2 = 0$
(21) $\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 2\frac{2}{3}x - 8 = 0$
(22) $-\frac{27}{28}x^3 - \frac{27}{28}x^2 + 5\frac{11}{14}x = 0$
(23) $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$
(24) $-5\frac{1}{16}x^3 + 10\frac{1}{8}x^2 = 0$
(25) $\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 1\frac{2}{3}x + 4 = 0$
(26) $-2x^3 + 12x^2 - 18x = 0$
(27) $40\frac{1}{2}x^3 + 81x^2 + 40\frac{1}{2}x = 0$
(28) $54x^3 - 270x^2 + 432x - 216 = 0$
(29) $1\frac{19}{35}x^3 - 10\frac{4}{5}x^2 + 18\frac{18}{35}x = 0$
(30) $-2x^3 + 6x^2 = 0$
(31) $-2x^3 + 6x^2 = 0$
(32) $5\frac{2}{5}x^3 + 27x^2 + 32\frac{2}{5}x = 0$
(33) $\frac{1}{3}x^3 - 1x^2 - 1\frac{1}{3}x = 0$
(34) $-\frac{12}{125}x^3 - 0,193x^2 + 1\frac{19}{35}x + 3\frac{3}{35} = 0$
(35) $-\frac{27}{56}x^3 - \frac{27}{28}x^2 + 2\frac{23}{56}x + 2\frac{25}{28} = 0$
(36) $-13\frac{1}{2}x^3 - 67\frac{1}{2}x^2 - 108x - 54 = 0$
(37) $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$

3.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$
$\underline{x_1 = 0;\quad \text{3-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (2)

$3x^3 + 24 = 0$
$3x^3 + 24 = 0 \qquad / - 24$
$3x^3 = -24 \qquad / : 3$
$x^3 = \dfrac{-24}{3}$
$x = \sqrt[3]{-8}$
$x = -2$
Polynomdivision:(-2)

$$\begin{array}{rrrl} (3x^3 & & +24 &) : (x+2) = 3x^2 - 6x + 12 \\ -(3x^3 & +6x^2) & & \\ \hline & -6x^2 & +24 & \\ & -(-6x^2 & -12x) & \\ \hline & & 12x \quad +24 & \\ & & -(12x \quad +24) & \\ \hline & & 0 & \end{array}$$

$3x^2 - 6x + 12 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{+6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12}}{2 \cdot 3}$$

$$x_{1/2} = \frac{+6 \pm \sqrt{-108}}{6}$$

Diskriminante negativ keine Lösung
$\underline{x_1 = -2;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (3)

$-3x^3 + 24 = 0$
$-3x^3 + 24 = 0 \qquad / - 24$
$-3x^3 = -24 \qquad / : (-3)$
$x^3 = \dfrac{-24}{-3}$
$x = \sqrt[3]{8}$
$x = 2$
Polynomdivision:2

$$\begin{array}{rrrl} (-3x^3 & & +24 &) : (x-2) = -3x^2 - 6x - 12 \\ -(-3x^3 & +6x^2) & & \\ \hline & -6x^2 & +24 & \\ & -(-6x^2 & +12x) & \\ \hline & & -12x \quad +24 & \\ & & -(-12x \quad +24) & \\ \hline & & 0 & \end{array}$$

$-3x^2-6x-12=0$

$$x_{1/2}=\frac{+6\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot(-3)\cdot(-12)}}{2\cdot(-3)}$$

$$x_{1/2}=\frac{+6\pm\sqrt{-108}}{-6}$$

Diskriminante negativ keine Lösung

$\underline{x_1=2;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (4)

$-8x^3+27=0$

$-8x^3+27=0 \qquad /-27$

$-8x^3=-27 \qquad /:(-8)$

$$x^3=\frac{-27}{-8}$$

$$x=\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$$

$$x=1\frac{1}{2}$$

Polynomdivision:$1\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{rrrrl}
(-8x^3 & & & +27 &):(x-1\frac{1}{2})=-8x^2-12x-18\\
-(-8x^3 & +12x^2) & & & \\
\hline
 & -12x^2 & & +27 & \\
 & -(-12x^2 & +18x) & & \\
\hline
 & & -18x & +27 & \\
 & & -(-18x & +27) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-8x^2-12x-18=0$

$$x_{1/2}=\frac{+12\pm\sqrt{(-12)^2-4\cdot(-8)\cdot(-18)}}{2\cdot(-8)}$$

$$x_{1/2}=\frac{+12\pm\sqrt{-432}}{-16}$$

Diskriminante negativ keine Lösung

$\underline{x_1=1\frac{1}{2};\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (5)

$x(-1x^2+4)=0\Rightarrow x=0 \quad \vee \quad -1x^2+4=0$

$-1x^2+4=0 \qquad /-4$

$-1x^2=-4 \qquad /:(-1)$

$$x^2=\frac{-4}{-1}$$

$$x=\pm\sqrt{4}$$

$x_1=2 \qquad x_2=-2$

$\underline{x_1=-2;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2=0;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_3=2;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (6)

$x(-9x^2+25)=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad -9x^2+25=0$
$-9x^2+25=0 \qquad /-25$
$-9x^2=-25 \qquad /:(-9)$
$x^2=\dfrac{-25}{-9}$
$x=\pm\sqrt{2\dfrac{7}{9}}$
$x_1=1\dfrac{2}{3} \qquad x_2=-1\dfrac{2}{3}$
$x_1=-1\dfrac{2}{3};$ 1-fache Nullstelle
$x_2=0;$ 1-fache Nullstelle
$x_3=1\dfrac{2}{3};$ 1-fache Nullstelle

Aufgabe (7)

$x^2(-\frac{1}{4}x+\frac{2}{3})=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad -\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}=0$
$-\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}=0 \qquad /-\frac{2}{3}$
$-\frac{1}{4}x=-\frac{2}{3} \qquad /:\left(-\frac{1}{4}\right)$
$x=\dfrac{-\frac{2}{3}}{-\frac{1}{4}}$
$x=2\dfrac{2}{3}$
$x_1=0;$ 2-fache Nullstelle
$x_2=2\dfrac{2}{3};$ 1-fache Nullstelle

Aufgabe (8)

$x^2(x-3)=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad x-3=0$
$x-3=0 \qquad /+3$
$x=3$
$x_1=0;$ 2-fache Nullstelle
$x_2=3;$ 1-fache Nullstelle

Aufgabe (9)

$\frac{1}{2}x^3+4=0$
$\frac{1}{2}x^3+4=0 \qquad /-4$
$\frac{1}{2}x^3=-4 \qquad /:\frac{1}{2}$

$x^3 = \frac{-4}{\frac{1}{2}}$
$x = \sqrt[3]{-8}$
$x = -2$
Polynomdivision:(-2)

$$\begin{array}{llll} (\frac{1}{2}x^3 & & +4 &) : (x+2) = \frac{1}{2}x^2 - 1x + 2 \\ -(\frac{1}{2}x^3 & +x^2) & & \\ \hline & -1x^2 & +4 & \\ & -(-1x^2 & -2x) & \\ \hline & & 2x & +4 \\ & & -(2x & +4) \\ \hline & & & 0 \end{array}$$

$\frac{1}{2}x^2 - 1x + 2 = 0$
$x_{1/2} = \frac{+1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$
$x_{1/2} = \frac{+1 \pm \sqrt{-3}}{1}$
Diskriminante negativ keine Lösung
$\underline{x_1 = -2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (10)

$x(-\frac{1}{6}x^2 + 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -\frac{1}{6}x^2 + 2 = 0$
$-\frac{1}{6}x^2 + 2 = 0 \qquad / -2$
$-\frac{1}{6}x^2 = -2 \qquad / : \left(-\frac{1}{6}\right)$
$x^2 = \frac{-2}{-\frac{1}{6}}$
$x = \pm\sqrt{12}$
$x_1 = 3,46 \qquad x_2 = -3,46$
$\underline{x_1 = -3,46; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 3,46; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (11)

$x(\frac{1}{2}x^2 - 3x + 5) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad \frac{1}{2}x^2 - 3x + 5 = 0$
$\frac{1}{2}x^2 - 3x + 5 = 0$
$x_{1/2} = \frac{+3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$
$x_{1/2} = \frac{+3 \pm \sqrt{-1}}{1}$
Diskriminante negativ keine Lösung
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (12)

$-1x^3+3x+2=0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -1

$$\begin{array}{rrrrl}
(-1x^3 & & +3x & +2 &):(x+1)=-1x^2+x+2 \\
-(-1x^3 & -1x^2) & & & \\
\hline
 & x^2 & +3x & +2 & \\
 & -(x^2 & +x) & & \\
\hline
 & & 2x & +2 & \\
 & & -(2x & +2) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-1x^2+1x+2=0$

$$x_{1/2}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-1)\cdot 2}}{2\cdot(-1)}$$

$$x_{1/2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{-2}$$

$$x_{1/2}=\frac{-1\pm 3}{-2}$$

$$x_1=\frac{-1+3}{-2} \qquad x_2=\frac{-1-3}{-2}$$

$x_1=-1 \qquad x_2=2$

$\underline{x_1=-1;\quad \text{2-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2=2;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (13)

$-1x^3+3x^2-4=0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -1

$$\begin{array}{rrrrl}
(-1x^3 & +3x^2 & & -4 &):(x+1)=-1x^2+4x-4 \\
-(-1x^3 & -1x^2) & & & \\
\hline
 & 4x^2 & & -4 & \\
 & -(4x^2 & +4x) & & \\
\hline
 & & -4x & -4 & \\
 & & -(-4x & -4) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-1x^2+4x-4=0$

$$x_{1/2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot(-1)\cdot(-4)}}{2\cdot(-1)}$$

$$x_{1/2}=\frac{-4\pm\sqrt{0}}{-2}$$

$$x_{1/2}=\frac{-4\pm 0}{-2}$$

$$x_1=\frac{-4+0}{-2} \qquad x_2=\frac{-4-0}{-2}$$

$x_1=2 \qquad x_2=2$

$\underline{x_1=-1;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2=2;\quad \text{2-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (14)

$x(4x^2+5x-6)=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad 4x^2+5x-6=0$

$4x^2+5x-6=0$

$x_{1/2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 4\cdot(-6)}}{2\cdot 4}$

$x_{1/2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{121}}{8}$

$x_{1/2}=\dfrac{-5\pm 11}{8}$

$x_1=\dfrac{-5+11}{8} \qquad x_2=\dfrac{-5-11}{8}$

$x_1=\dfrac{3}{4} \qquad x_2=-2$

$\underline{x_1=-2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2=0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_3=\dfrac{3}{4}; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (15)

$-\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2+4x+6=0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -2

$$\begin{array}{rrrrl}
(-\frac{1}{2}x^3 & -\frac{1}{2}x^2 & +4x & +6 &):(x+2)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+3 \\
-(-\frac{1}{2}x^3 & -1x^2) & & & \\
\hline
 & \frac{1}{2}x^2 & +4x & +6 & \\
 & -(\frac{1}{2}x^2 & +x) & & \\
\hline
 & & 3x & +6 & \\
 & & -(3x & +6) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+3=0$

$x_{1/2}=\dfrac{-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 3}}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$x_{1/2}=\dfrac{-\frac{1}{2}\pm\sqrt{6\frac{1}{4}}}{-1}$

$x_{1/2}=\dfrac{-\frac{1}{2}\pm 2\frac{1}{2}}{-1}$

$x_1=\dfrac{-\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}}{-1} \qquad x_2=\dfrac{-\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}}{-1}$

$x_1=-2 \qquad x_2=3$

$\underline{x_1=-2; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2=3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (16)

$x(x^2-4x+3)=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad x^2-4x+3=0$

$1x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{+4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1/2} = \frac{+4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x_{1/2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$x_1 = \frac{4+2}{2}$ $\quad x_2 = \frac{4-2}{2}$

$x_1 = 3 \quad x_2 = 1$

$\underline{x_1 = 0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2 = 1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_3 = 3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (17)

$-\frac{27}{55}x^3 - \frac{54}{55}x^2 + 5\frac{2}{5}x + 5\frac{49}{55} = 0$

$NumerischeSuche:$

$\underline{x_1 = -4; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2 = -1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_3 = 3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (18)

$\frac{1}{10}x^3 + \frac{3}{10}x^2 - 1\frac{3}{5}x - 4\frac{4}{5} = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -3

$$\begin{array}{llll|l}
(\frac{1}{10}x^3 & +\frac{3}{10}x^2 & -1\frac{3}{5}x & -4\frac{4}{5} &) : (x+3) = \frac{1}{10}x^2 - 5,55 \cdot 10^{-17}x - 1\frac{3}{5} \\
-(\frac{1}{10}x^3 & +\frac{3}{10}x^2) & & & \\
\hline
 & -5,55 \cdot 10^{-17}x^2 & -1\frac{3}{5}x & -4\frac{4}{5} & \\
 & -(-5,55 \cdot 10^{-17}x^2 & -1,67 \cdot 10^{-16}x) & & \\
\hline
 & & -1\frac{3}{5}x & -4\frac{4}{5} & \\
 & & -(-1\frac{3}{5}x & -4\frac{4}{5}) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$\frac{1}{10}x^2 - 5,55 \cdot 10^{-17}x - 1\frac{3}{5} = 0$

$$x_{1/2} = \frac{+5,55 \cdot 10^{-17} \pm \sqrt{(-5,55 \cdot 10^{-17})^2 - 4 \cdot \frac{1}{10} \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right)}}{2 \cdot \frac{1}{10}}$$

$$x_{1/2} = \frac{+5,55 \cdot 10^{-17} \pm \sqrt{\frac{16}{25}}}{\frac{1}{5}}$$

$$x_{1/2} = \frac{5,55 \cdot 10^{-17} \pm \frac{4}{5}}{\frac{1}{5}}$$

$x_1 = \frac{5,55 \cdot 10^{-17} + \frac{4}{5}}{\frac{1}{5}}$ $\quad x_2 = \frac{5,55 \cdot 10^{-17} - \frac{4}{5}}{\frac{1}{5}}$

$x_1 = 4 \quad x_2 = -4$

$\underline{x_1 = -4; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = -3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 4; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (19)

$-5\frac{2}{5}x^3 - 37\frac{4}{5}x^2 - 75\frac{3}{5}x - 43\frac{1}{5} = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -2

$$\begin{array}{llll|l}
(-5\frac{2}{5}x^3 & -37\frac{4}{5}x^2 & -75\frac{3}{5}x & -43\frac{1}{5} &) : (x+2) = -5\frac{2}{5}x^2 - 27x - 21\frac{3}{5} \\
-(-5\frac{2}{5}x^3 & -10\frac{4}{5}x^2) & & & \\
\hline
 & -27x^2 & -75\frac{3}{5}x & -43\frac{1}{5} & \\
 & -(-27x^2 & -54x) & & \\
\hline
 & & -21\frac{3}{5}x & -43\frac{1}{5} & \\
 & & -(-21\frac{3}{5}x & -43\frac{1}{5}) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-5\frac{2}{5}x^2 - 27x - 21\frac{3}{5} = 0$

$$x_{1/2} = \frac{+27 \pm \sqrt{(-27)^2 - 4 \cdot \left(-5\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-21\frac{3}{5}\right)}}{2 \cdot \left(-5\frac{2}{5}\right)}$$

$$x_{1/2} = \frac{+27 \pm \sqrt{262\frac{11}{25}}}{-10\frac{4}{5}}$$

$$x_{1/2} = \frac{27 \pm 16\frac{1}{5}}{-10\frac{4}{5}}$$

$$x_1 = \frac{27 + 16\frac{1}{5}}{-10\frac{4}{5}} \qquad x_2 = \frac{27 - 16\frac{1}{5}}{-10\frac{4}{5}}$$

$x_1 = -4 \qquad x_2 = -1$
$\underline{x_1 = -4; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = -2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = -1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (20)

$x^2(-6\frac{3}{4}x - 13\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -6\frac{3}{4}x - 13\frac{1}{2} = 0$
$-6\frac{3}{4}x - 13\frac{1}{2} = 0 \qquad / + 13\frac{1}{2}$
$-6\frac{3}{4}x = 13\frac{1}{2} \qquad / : \left(-6\frac{3}{4}\right)$

$$x = \frac{13\frac{1}{2}}{-6\frac{3}{4}}$$

$x = -2$
$\underline{x_1 = -2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 0; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (21)

$\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 2\frac{2}{3}x - 8 = 0$

$NumerischeSuche:$
$\underline{x_1 = -3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = -2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (22)

$x(-\frac{27}{28}x^2 - \frac{27}{28}x + 5\frac{11}{14}) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -\frac{27}{28}x^2 - \frac{27}{28}x + 5\frac{11}{14} = 0$

$-\frac{27}{28}x^2 - \frac{27}{28}x + 5\frac{11}{14} = 0$
$x_{1/2} = \frac{+\frac{27}{28} \pm \sqrt{\left(-\frac{27}{28}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{27}{28}\right) \cdot 5\frac{11}{14}}}{2 \cdot \left(-\frac{27}{28}\right)}$
$x_{1/2} = \frac{+\frac{27}{28} \pm \sqrt{23,2}}{-1\frac{13}{14}}$
$x_{1/2} = \frac{\frac{27}{28} \pm 4\frac{23}{28}}{-1\frac{13}{14}}$
$x_1 = \frac{\frac{27}{28} + 4\frac{23}{28}}{-1\frac{13}{14}} \qquad x_2 = \frac{\frac{27}{28} - 4\frac{23}{28}}{-1\frac{13}{14}}$
$x_1 = -3 \qquad x_2 = 2$
$\underline{x_1 = -3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (23)

$x^3 + 3x^2 - 4 = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten:1

$$\begin{array}{llll|l}
(x^3 & +3x^2 & -4 &) : (x-1) = x^2 + 4x + 4 \\
-(x^3 & -1x^2) & & \\
\hline
 & 4x^2 & -4 & \\
 & -(4x^2 & -4x) & \\
\hline
 & & 4x \quad -4 & \\
 & & -(4x \quad -4) & \\
\hline
 & & 0 &
\end{array}$$

$1x^2 + 4x + 4 = 0$
$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$
$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2}$
$x_{1/2} = \frac{-4 \pm 0}{2}$
$x_1 = \frac{-4 + 0}{2} \qquad x_2 = \frac{-4 - 0}{2}$

$x_1 = -2 \qquad x_2 = -2$
$\underline{x_1 = -2; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (24)

$x^2(-5\frac{1}{16}x + 10\frac{1}{8}) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -5\frac{1}{16}x + 10\frac{1}{8} = 0$
$-5\frac{1}{16}x + 10\frac{1}{8} = 0 \qquad / -10\frac{1}{8}$
$-5\frac{1}{16}x = -10\frac{1}{8} \qquad / : \left(-5\frac{1}{16}\right)$
$x = \dfrac{-10\frac{1}{8}}{-5\frac{1}{16}}$
$x = 2$
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (25)

$\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 1\frac{2}{3}x + 4 = 0$

$NumerischeSuche:$
$\underline{x_1 = -3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 4; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (26)

$x(-2x^2 + 12x - 18) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -2x^2 + 12x - 18 = 0$

$-2x^2 + 12x - 18 = 0$
$x_{1/2} = \dfrac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-18)}}{2 \cdot (-2)}$
$x_{1/2} = \dfrac{-12 \pm \sqrt{0}}{-4}$
$x_{1/2} = \dfrac{-12 \pm 0}{-4}$
$x_1 = \dfrac{-12 + 0}{-4} \qquad x_2 = \dfrac{-12 - 0}{-4}$
$x_1 = 3 \qquad x_2 = 3$
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 3; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (27)

$x(40\frac{1}{2}x^2+81x+40\frac{1}{2})=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad 40\frac{1}{2}x^2+81x+40\frac{1}{2}=0$

$40\frac{1}{2}x^2+81x+40\frac{1}{2}=0$

$x_{1/2}=\frac{-81\pm\sqrt{81^2-4\cdot 40\frac{1}{2}\cdot 40\frac{1}{2}}}{2\cdot 40\frac{1}{2}}$

$x_{1/2}=\frac{-81\pm\sqrt{0}}{81}$

$x_{1/2}=\frac{-81\pm 0}{81}$

$x_1=\frac{-81+0}{81} \qquad x_2=\frac{-81-0}{81}$

$x_1=-1 \qquad x_2=-1$

$\underline{x_1=-1; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2=0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (28)

$54x^3-270x^2+432x-216=0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten:1

$$\begin{array}{rrrrl}
(54x^3 & -270x^2 & +432x & -216 &):(x-1)=54x^2-216x+216 \\
-(54x^3 & -54x^2) & & & \\
\hline
 & -216x^2 & +432x & -216 & \\
 & -(-216x^2 & +216x) & & \\
\hline
 & & 216x & -216 & \\
 & & -(216x & -216) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$54x^2-216x+216=0$

$x_{1/2}=\frac{+216\pm\sqrt{(-216)^2-4\cdot 54\cdot 216}}{2\cdot 54}$

$x_{1/2}=\frac{+216\pm\sqrt{0}}{108}$

$x_{1/2}=\frac{216\pm 0}{108}$

$x_1=\frac{216+0}{108} \qquad x_2=\frac{216-0}{108}$

$x_1=2 \qquad x_2=2$

$\underline{x_1=1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2=2; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (29)

$x(1\frac{19}{35}x^2-10\frac{4}{5}x+18\frac{18}{35})=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad 1\frac{19}{35}x^2-10\frac{4}{5}x+18\frac{18}{35}=0$

$1\frac{19}{35}x^2-10\frac{4}{5}x+18\frac{18}{35}=0$

$x_{1/2}=\frac{+10\frac{4}{5}\pm\sqrt{\left(-10\frac{4}{5}\right)^2-4\cdot 1\frac{19}{35}\cdot 18\frac{18}{35}}}{2\cdot 1\frac{19}{35}}$

$x_{1/2} = \dfrac{+10\frac{4}{5} \pm \sqrt{2,38}}{3\frac{3}{35}}$
$x_{1/2} = \dfrac{10\frac{4}{5} \pm 1\frac{19}{35}}{3\frac{3}{35}}$
$x_1 = \dfrac{10\frac{4}{5} + 1\frac{19}{35}}{3\frac{3}{35}} \qquad x_2 = \dfrac{10\frac{4}{5} - 1\frac{19}{35}}{3\frac{3}{35}}$
$x_1 = 4 \qquad x_2 = 3$
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 4; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (30)

$x^2(-2x + 6) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -2x + 6 = 0$
$-2x + 6 = 0 \qquad / - 6$
$-2x = -6 \qquad / : (-2)$
$x = \dfrac{-6}{-2}$
$x = 3$
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (31)

$x^2(-2x + 6) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -2x + 6 = 0$
$-2x + 6 = 0 \qquad / - 6$
$-2x = -6 \qquad / : (-2)$
$x = \dfrac{-6}{-2}$
$x = 3$
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (32)

$x(5\frac{2}{5}x^2 + 27x + 32\frac{2}{5}) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad 5\frac{2}{5}x^2 + 27x + 32\frac{2}{5} = 0$

$5\frac{2}{5}x^2 + 27x + 32\frac{2}{5} = 0$
$x_{1/2} = \dfrac{-27 \pm \sqrt{27^2 - 4 \cdot 5\frac{2}{5} \cdot 32\frac{2}{5}}}{2 \cdot 5\frac{2}{5}}$
$x_{1/2} = \dfrac{-27 \pm \sqrt{29\frac{4}{25}}}{10\frac{4}{5}}$
$x_{1/2} = \dfrac{-27 \pm 5\frac{2}{5}}{10\frac{4}{5}}$
$x_1 = \dfrac{-27 + 5\frac{2}{5}}{10\frac{4}{5}} \qquad x_2 = \dfrac{-27 - 5\frac{2}{5}}{10\frac{4}{5}}$

$x_1 = -2 \qquad x_2 = -3$
$\underline{x_1 = -3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = -2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (33)

$x(\frac{1}{3}x^2 - 1x - 1\frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad \frac{1}{3}x^2 - 1x - 1\frac{1}{3} = 0$

$\frac{1}{3}x^2 - 1x - 1\frac{1}{3} = 0$
$x_{1/2} = \dfrac{+1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-1\frac{1}{3})}}{2 \cdot \frac{1}{3}}$
$x_{1/2} = \dfrac{+1 \pm \sqrt{2\frac{7}{9}}}{\frac{2}{3}}$
$x_{1/2} = \dfrac{1 \pm 1\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}}$
$x_1 = \dfrac{1 + 1\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} \qquad x_2 = \dfrac{1 - 1\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}}$
$x_1 = 4 \qquad x_2 = -1$
$\underline{x_1 = -1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 4; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (34)

$-\frac{12}{125}x^3 - 0,193x^2 + 1\frac{19}{35}x + 3\frac{3}{35} = 0$

$NumerischeSuche:$
$\underline{x_1 = -4,02; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = -2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 4,01; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (35)

$-\frac{27}{56}x^3 - \frac{27}{28}x^2 + 2\frac{23}{56}x + 2\frac{25}{28} = 0$

$NumerischeSuche:$
$\underline{x_1 = -3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = -1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (36)

$-13\frac{1}{2}x^3 - 67\frac{1}{2}x^2 - 108x - 54 = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -1

$$\begin{array}{llll|l} (-13\frac{1}{2}x^3 & -67\frac{1}{2}x^2 & -108x & -54 &) : (x+1) = -13\frac{1}{2}x^2 - 54x - 54 \\ -(-13\frac{1}{2}x^3 & -13\frac{1}{2}x^2) & & & \\ \hline & -54x^2 & -108x & -54 & \\ & -(-54x^2 & -54x) & & \\ \hline & & -54x & -54 & \\ & & -(-54x & -54) & \\ \hline & & & 0 & \end{array}$$

$-13\frac{1}{2}x^2 - 54x - 54 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{+54 \pm \sqrt{(-54)^2 - 4 \cdot \left(-13\frac{1}{2}\right) \cdot (-54)}}{2 \cdot \left(-13\frac{1}{2}\right)}$$

$$x_{1/2} = \frac{+54 \pm \sqrt{0}}{-27}$$

$$x_{1/2} = \frac{54 \pm 0}{-27}$$

$$x_1 = \frac{54 + 0}{-27} \qquad x_2 = \frac{54 - 0}{-27}$$

$x_1 = -2 \qquad x_2 = -2$

$\underline{x_1 = -2; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2 = -1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (37)

$x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten:1

$$\begin{array}{llll|l} (x^3 & -2x^2 & +2x & -1 &) : (x-1) = x^2 - 1x + 1 \\ -(x^3 & -1x^2) & & & \\ \hline & -1x^2 & +2x & -1 & \\ & -(-1x^2 & +x) & & \\ \hline & & x & -1 & \\ & & -(x & -1) & \\ \hline & & & 0 & \end{array}$$

$1x^2 - 1x + 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{+1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1/2} = \frac{+1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

Diskriminante negativ keine Lösung

4 Gleichungen höheren Grades

Gerader Exponent: $ax^n + c = 0$

$ax^n + c = 0 \quad / -c$
$ax^n = -c \quad / : a$
$x_{1/2} = \pm\sqrt[n]{\frac{-c}{a}}$
Diskriminante:
$D = \frac{-c}{a}$
$D = 0$ eine Lösung
$D > 0$ zwei Lösungen
$D < 0$ keine Lösung

$-2x^4 + 162 = 0 \quad / -162$
$-2x^4 = -162 \quad / : (-2)$
$x^4 = \frac{-162}{-2}$
$x = \pm\sqrt[4]{81}$
$x_1 = 3 \quad x_2 = -3$

Ungerader Exponent: $ax^n + c = 0$

$ax^n + b = 0$
$ax^n + b = 0 \quad / -b$
$ax^n = -b \quad / : a$
$x^n = \frac{-b}{a}$
$x = \sqrt[n]{\frac{-b}{a}}$
$\frac{-b}{a} > 0 \quad x = \sqrt[n]{\frac{-b}{a}}$
$\frac{-b}{a} < 0 \quad x = -\sqrt[n]{\left|\frac{-b}{a}\right|}$

$5x^3 + 320 = 0 \quad / -320$
$5x^3 = -320 \quad / : 5$
$x^3 = -\frac{320}{5}$
$x = -\sqrt[3]{64}$
$x = -4$

Biquadratische Gleichung (Substitution)

$ax^4 + bx^2 + c = 0$
Substitution: $u = x^2 \quad u^2 = x^4$
Quadratische Gleichung: $au^2 + bu + c = 0$
Lösungen: $u_1 \quad u_2$
Resubstitution: $x^2 = u_1 \quad x^2 = u_2$

$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
$u = x^2 \quad u^2 = x^4$
$1u^2 - 10u + 9 = 0$

$u_{1/2} = \frac{+10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$
$u_{1/2} = \frac{+10 \pm \sqrt{64}}{2}$
$u_{1/2} = \frac{10 \pm 8}{2}$
$u_1 = \frac{10 + 8}{2} \quad u_2 = \frac{10 - 8}{2}$
$u_1 = 9 \quad u_2 = 1$
$x^2 = 9$
$x = \pm\sqrt{9}$
$x_1 = 3 \quad x_2 = -3$
$x^2 = 1$
$x = \pm\sqrt{1}$
$x_3 = 1 \quad x_4 = -1$

4.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben: Polynom vom Grad n

Gesucht: Lösung der Gleichung

(1) $x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81 = 0$
(2) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$
(3) $2x^4 + 16x^3 + 48x^2 + 84x + 72 = 0$
(4) $-6x^4 + 72x^3 - 324x^2 + 648x - 486 = 0$
(5) $x^4 - 18x^2 + 81 = 0$
(6) $-\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 = 0$
(7) $x^4 - 3x^3 = 0$
(8) $x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4 = 0$
(9) $-\frac{1}{6}x^4 + 2x^2 = 0$
(10) $\frac{1}{2}x^4 - 3x^3 + 5x^2 = 0$
(11) $-1x^4 + 3x^2 + 2x = 0$
(12) $-x^3 + 3x^2 - 4 = 0$
(13) $-2x^5 = 0$
(14) $-\frac{1}{4}x^5 + \frac{2}{3}x^4 = 0$
(15) $x^5 - 3x^4 = 0$
(16) $x^5 - 10x^3 + 9x = 0$
(17) $\frac{1}{2}x^5 + 2x^2 = 0$
(18) $-\frac{1}{6}x^5 + 2x^3 = 0$
(19) $\frac{1}{2}x^5 - 3x^4 + 5x^3 = 0$
(20) $-x^5 + 3x^3 + 2x^2 = 0$
(21) $-x^5 + 3x^4 - 4x^2 = 0$
(22) $4x^2 + 5x - 6 = 0$

4.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81 = 0$

$x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81$
Nullstelle für Polynomdivision erraten:3

$(x^4$	$-12x^3$	$+54x^2$	$-108x$	$+81$	$) : (x-3) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$
$-(x^4$	$-3x^3)$				
	$-9x^3$	$+54x^2$	$-108x$	$+81$	
	$-(-9x^3$	$+27x^2)$			
		$27x^2$	$-108x$	$+81$	
		$-(27x^2$	$-81x)$		
			$-27x$	$+81$	
			$-(-27x$	$+81)$	
				0	

$x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten:3

$(x^3$	$-9x^2$	$+27x$	-27	$) : (x-3) = x^2 - 6x + 9$
$-(x^3$	$-3x^2)$			
	$-6x^2$	$+27x$	-27	
	$-(-6x^2$	$+18x)$		
		$9x$	-27	
		$-(9x$	$-27)$	
			0	

$1x^2 - 6x + 9 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{+6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1/2} = \frac{+6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x_{1/2} = \frac{6 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{6+0}{2} \qquad x_2 = \frac{6-0}{2}$$

$x_1 = 3 \qquad x_2 = 3$

$\underline{x_1 = 3; \quad \text{4-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (2)

$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$

$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$
Nullstelle für Polynomdivision erraten: -1

$(x^4$	$+4x^3$	$+6x^2$	$+4x$	$+1$	$) : (x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
$-(x^4$	$+x^3)$				
	$3x^3$	$+6x^2$	$+4x$	$+1$	
	$-(3x^3$	$+3x^2)$			
		$3x^2$	$+4x$	$+1$	
		$-(3x^2$	$+3x)$		
			x	$+1$	
			$-(x$	$+1)$	
				0	

$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -1

$$
\begin{array}{llll|l}
(x^3 & +3x^2 & +3x & +1 &) : (x+1) = x^2 + 2x + 1 \\
-(x^3 & +x^2) & & & \\
\hline
 & 2x^2 & +3x & +1 & \\
 & -(2x^2 & +2x) & & \\
\hline
 & & x & +1 & \\
 & & -(x & +1) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}
$$

$1x^2 + 2x + 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+0}{2} \qquad x_2 = \frac{-2-0}{2}$$

$x_1 = -1 \qquad x_2 = -1$

$\underline{x_1 = -1; \quad \text{4-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (3)

$2x^4 + 16x^3 + 48x^2 + 84x + 72 = 0$

$2x^4 + 16x^3 + 48x^2 + 84x + 72$

Nullstelle für Polynomdivision erraten: -2

$$
\begin{array}{llllll|l}
(2x^4 & +16x^3 & +48x^2 & +84x & +72 &) : (x+2) = 2x^3 + 12x^2 + 24x + 36 \\
-(2x^4 & +4x^3) & & & & \\
\hline
 & 12x^3 & +48x^2 & +84x & +72 & \\
 & -(12x^3 & +24x^2) & & & \\
\hline
 & & 24x^2 & +84x & +72 & \\
 & & -(24x^2 & +48x) & & \\
\hline
 & & & 36x & +72 & \\
 & & & -(36x & +72) & \\
\hline
 & & & & 0 &
\end{array}
$$

$2x^3 + 12x^2 + 24x + 36 = 0$

$NumerischeSuche:$

$\underline{x_1 = -4,15; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_2 = -2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (4)

$-6x^4 + 72x^3 - 324x^2 + 648x - 486 = 0$

$-6x^4 + 72x^3 - 324x^2 + 648x - 486$

Nullstelle für Polynomdivision erraten:3

$$\begin{array}{llllll|l}
(-6x^4 & +72x^3 & -324x^2 & +648x & -486 &) : (x-3) = -6x^3 + 54x^2 - 162x + 162 \\
-(-6x^4 & +18x^3) & & & & \\
\hline
 & 54x^3 & -324x^2 & +648x & -486 & \\
 & -(54x^3 & -162x^2) & & & \\
\hline
 & & -162x^2 & +648x & -486 & \\
 & & -(-162x^2 & +486x) & & \\
\hline
 & & & 162x & -486 & \\
 & & & -(162x & -486) & \\
\hline
 & & & & 0 &
\end{array}$$

$-6x^3 + 54x^2 - 162x + 162 = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten:3

$$\begin{array}{llll|l}
(-6x^3 & +54x^2 & -162x & +162 &) : (x-3) = -6x^2 + 36x - 54 \\
-(-6x^3 & +18x^2) & & & \\
\hline
 & 36x^2 & -162x & +162 & \\
 & -(36x^2 & -108x) & & \\
\hline
 & & -54x & +162 & \\
 & & -(-54x & +162) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-6x^2 + 36x - 54 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-36 \pm \sqrt{36^2 - 4 \cdot (-6) \cdot (-54)}}{2 \cdot (-6)}$$

$$x_{1/2} = \frac{-36 \pm \sqrt{0}}{-12}$$

$$x_{1/2} = \frac{-36 \pm 0}{-12}$$

$$x_1 = \frac{-36 + 0}{-12} \qquad x_2 = \frac{-36 - 0}{-12}$$

$x_1 = 3 \qquad x_2 = 3$

$\underline{x_1 = 3; \quad \text{4-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (5)

$x^4 - 18x^2 + 81 = 0$

$u = x^2 \qquad u^2 = x^4$

$1u^2 - 18u + 81 = 0$

$$u_{1/2} = \frac{+18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81}}{2 \cdot 1}$$

$$u_{1/2} = \frac{+18 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$u_{1/2} = \frac{18 \pm 0}{2}$$

$$u_1 = \frac{18 + 0}{2} \qquad u_2 = \frac{18 - 0}{2}$$

$u_1 = 9 \qquad u_2 = 9$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$x_1 = 3 \qquad x_2 = -3$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$x_1 = 3 \qquad x_2 = -3$

$x_1 = -3$; 2-fache Nullstelle
$x_2 = 3$; 2-fache Nullstelle

Aufgabe (6)

$-\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 = 0$
$x^3(-\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = 0$
$-\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = 0 \qquad / -\frac{2}{3}$
$-\frac{1}{4}x = -\frac{2}{3} \qquad / : \left(-\frac{1}{4}\right)$
$x = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{1}{4}}$
$x = 2\frac{2}{3}$
$x_1 = 0$; 3-fache Nullstelle
$x_2 = 2\frac{2}{3}$; 1-fache Nullstelle

Aufgabe (7)

$x^4 - 3x^3 = 0$
$x^3(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad x - 3 = 0$
$x - 3 = 0 \qquad / + 3$
$x = 3$
$x_1 = 0$; 3-fache Nullstelle
$x_2 = 3$; 1-fache Nullstelle

Aufgabe (8)

$x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4 = 0$

$x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4$
Nullstelle für Polynomdivision erraten:1

$(x^4$	$+x^3$	$-9x^2$	$+11x$	-4	$) : (x-1) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$	
$-(x^4$	$-1x^3)$					
	$2x^3$	$-9x^2$	$+11x$	-4		
	$-(2x^3$	$-2x^2)$				
		$-7x^2$	$+11x$	-4		
		$-(-7x^2$	$+7x)$			
			$4x$	-4		
			$-(4x$	$-4)$		
				0		

$x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten:1

$$\begin{array}{llll} (x^3 & +2x^2 & -7x & +4 \quad) : (x-1) = x^2+3x-4 \\ -(x^3 & -1x^2) & & \\ \hline & 3x^2 & -7x & +4 \\ & -(3x^2 & -3x) & \\ \hline & & -4x & +4 \\ & & -(-4x & +4) \\ \hline & & & 0 \end{array}$$

$1x^2+3x-4=0$
$x_{1/2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot(-4)}}{2\cdot 1}$
$x_{1/2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{25}}{2}$
$x_{1/2}=\dfrac{-3\pm 5}{2}$
$x_1=\dfrac{-3+5}{2}\qquad x_2=\dfrac{-3-5}{2}$
$x_1=1\qquad x_2=-4$
$\underline{x_1=-4;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2=1;\quad \text{3-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (9)

$-\frac{1}{6}x^4+2x^2=0$
$x^2(-\frac{1}{6}x^2+2)=0\Rightarrow x=0 \quad \vee \quad -\frac{1}{6}x^2+2=0$
$-\frac{1}{6}x^2+2=0 \qquad /-2$
$-\frac{1}{6}x^2=-2 \qquad /:\left(-\frac{1}{6}\right)$
$x^2=\dfrac{-2}{-\frac{1}{6}}$
$x=\pm\sqrt{12}$
$x_1=3,46\qquad x_2=-3,46$
$\underline{x_1=-3,46;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2=0;\quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3=3,46;\quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (10)

$\frac{1}{2}x^4-3x^3+5x^2=0$
$x^2(\frac{1}{2}x^2-3x+5)=0\Rightarrow x=0 \quad \vee \quad \frac{1}{2}x^2-3x+5=0$
$\frac{1}{2}x^2-3x+5=0$
$x_{1/2}=\dfrac{+3\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot\frac{1}{2}\cdot 5}}{2\cdot\frac{1}{2}}$
$x_{1/2}=\dfrac{+3\pm\sqrt{-1}}{1}$
Diskriminante negativ keine Lösung
$\underline{x_1=0;\quad \text{2-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (11)

$-1x^4+3x^2+2x=0$
$x(-1x^3+3x+2)=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad -1x^3+3x+2=0$
$-1x^3+3x+2=0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -1

$$\begin{array}{rrrrl}
(-1x^3 & & +3x & +2 &):(x+1)=-1x^2+x+2 \\
-(-1x^3 & -1x^2) & & & \\
\hline
 & x^2 & +3x & +2 & \\
 & -(x^2 & +x) & & \\
\hline
 & & 2x & +2 & \\
 & & -(2x & +2) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-1x^2+1x+2=0$
$x_{1/2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-1)\cdot 2}}{2\cdot(-1)}$
$x_{1/2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{9}}{-2}$
$x_{1/2}=\dfrac{-1\pm 3}{-2}$
$x_1=\dfrac{-1+3}{-2} \qquad x_2=\dfrac{-1-3}{-2}$
$x_1=-1 \qquad x_2=2$
$\underline{x_1=-1; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2=0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3=2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (12)

$-1x^4+3x^3-4x=0$
$x(-1x^3+3x^2-4)=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad -1x^3+3x^2-4=0$
$-1x^3+3x^2-4=0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -1

$$\begin{array}{rrrrl}
(-1x^3 & +3x^2 & & -4 &):(x+1)=-1x^2+4x-4 \\
-(-1x^3 & -1x^2) & & & \\
\hline
 & 4x^2 & & -4 & \\
 & -(4x^2 & +4x) & & \\
\hline
 & & -4x & -4 & \\
 & & -(-4x & -4) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-1x^2+4x-4=0$
$x_{1/2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot(-1)\cdot(-4)}}{2\cdot(-1)}$
$x_{1/2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{0}}{-2}$
$x_{1/2}=\dfrac{-4\pm 0}{-2}$
$x_1=\dfrac{-4+0}{-2} \qquad x_2=\dfrac{-4-0}{-2}$
$x_1=2 \qquad x_2=2$
$\underline{x_1=-1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2=0; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

$\underline{x_3 = 2; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (13)

$-2x^5 = 0$
$x^5 = 0 \Rightarrow x = 0$
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{5-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (14)

$-\frac{1}{4}x^5 + \frac{2}{3}x^4 = 0$
$x^4(-\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = 0$
$-\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = 0 \qquad / -\frac{2}{3}$
$-\frac{1}{4}x = -\frac{2}{3} \qquad / : \left(-\frac{1}{4}\right)$
$x = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{1}{4}}$
$x = 2\frac{2}{3}$
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{4-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 2\frac{2}{3}; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (15)

$x^5 - 3x^4 = 0$
$x^4(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad x - 3 = 0$
$x - 3 = 0 \qquad / + 3$
$x = 3$
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{4-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 3; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (16)

$x^5 - 10x^3 + 9x = 0$
$x(x^4 - 10x^2 + 9) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

$u = x^2 \qquad u^2 = x^4$
$1u^2 - 10u + 9 = 0$

$$u_{1/2} = \frac{+10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$$
$$u_{1/2} = \frac{+10 \pm \sqrt{64}}{2}$$
$$u_{1/2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$u_1 = \frac{10+8}{2} \qquad u_2 = \frac{10-8}{2}$
$u_1 = 9 \qquad u_2 = 1$
$x^2 = 9$
$x = \pm\sqrt{9}$
$x_1 = 3 \qquad x_2 = -3$
$x^2 = 1$
$x = \pm\sqrt{1}$
$x_1 = 1 \qquad x_2 = -1$
$x_1 = -3;$ 1-fache Nullstelle
$x_2 = -1;$ 1-fache Nullstelle
$x_3 = 0;$ 1-fache Nullstelle
$x_4 = 1;$ 1-fache Nullstelle
$x_5 = 3;$ 1-fache Nullstelle

Aufgabe (17)

$\frac{1}{2}x^5 + 2x^2 = 0$
$x^2(\frac{1}{2}x^3 + 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad \frac{1}{2}x^3 + 2 = 0$
$\frac{1}{2}x^3 + 2 = 0$
$\frac{1}{2}x^3 + 2 = 0 \qquad / -2$
$\frac{1}{2}x^3 = -2 \qquad / : \frac{1}{2}$
$x^3 = \frac{-2}{\frac{1}{2}}$
$x = \sqrt[3]{-4}$
$x = -1,59$
Polynomdivision:$(-1,59)$

$$\begin{array}{rrrrl}
(\frac{1}{2}x^3 & & & +2 &) : (x+1,59) = \frac{1}{2}x^2 - 0,794x + 1,26 \\
-(\frac{1}{2}x^3 & +0,794x^2) & & & \\
\hline
 & -0,794x^2 & & +2 & \\
 & -(-0,794x^2 & -1,26x) & & \\
\hline
 & & 1,26x & +2 & \\
 & & -(1,26x & +2) & \\
\hline
 & & & 4,44 \cdot 10^{-16} &
\end{array}$$

$\frac{1}{2}x^2 - 0,794x + 1,26 = 0$
$x_{1/2} = \frac{+0,794 \pm \sqrt{(-0,794)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,26}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$
$x_{1/2} = \frac{+0,794 \pm \sqrt{-1,89}}{1}$
Diskriminante negativ keine Lösung
$x_1 = -1,59;$ 1-fache Nullstelle
$x_2 = 0;$ 2-fache Nullstelle

Aufgabe (18)

$-\frac{1}{6}x^5 + 2x^3 = 0$
$x^3(-\frac{1}{6}x^2 + 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -\frac{1}{6}x^2 + 2 = 0$
$-\frac{1}{6}x^2 + 2 = 0 \qquad / -2$
$-\frac{1}{6}x^2 = -2 \qquad / : \left(-\frac{1}{6}\right)$

$x^2 = \frac{-2}{-\frac{1}{6}}$
$x = \pm\sqrt{12}$
$x_1 = 3,46 \qquad x_2 = -3,46$
$\underline{x_1 = -3,46; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 0; \quad \text{3-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 3,46; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (19)

$\frac{1}{2}x^5 - 3x^4 + 5x^3 = 0$
$x^3(\frac{1}{2}x^2 - 3x + 5) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad \frac{1}{2}x^2 - 3x + 5 = 0$
$\frac{1}{2}x^2 - 3x + 5 = 0$
$x_{1/2} = \frac{+3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$
$x_{1/2} = \frac{+3 \pm \sqrt{-1}}{1}$
Diskriminante negativ keine Lösung
$\underline{x_1 = 0; \quad \text{3-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (20)

$-1x^5 + 3x^3 + 2x^2 = 0$
$x^2(-1x^3 + 3x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad -1x^3 + 3x + 2 = 0$
$-1x^3 + 3x + 2 = 0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -1

$$\begin{array}{rrrrl} (-1x^3 & & +3x & +2 &) : (x+1) = -1x^2 + x + 2 \\ -(-1x^3 & -1x^2) & & & \\ \hline & x^2 & +3x & +2 & \\ & -(x^2 & +x) & & \\ \hline & & 2x & +2 & \\ & & -(2x & +2) & \\ \hline & & & 0 & \end{array}$$

$-1x^2 + 1x + 2 = 0$
$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{2 \cdot (-1)}$
$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{-2}$
$x_{1/2} = \frac{-1 \pm 3}{-2}$
$x_1 = \frac{-1+3}{-2} \qquad x_2 = \frac{-1-3}{-2}$
$x_1 = -1 \qquad x_2 = 2$
$\underline{x_1 = -1; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2 = 0; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3 = 2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (21)

$-1x^5+3x^4-4x^2=0$
$x^2(-1x^3+3x^2-4)=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad -1x^3+3x^2-4=0$
$-1x^3+3x^2-4=0$

Nullstelle für Polynmomdivision erraten: -1

$$\begin{array}{rrrrl}
(-1x^3 & +3x^2 & & -4 &) : (x+1) = -1x^2+4x-4 \\
-(-1x^3 & -1x^2) & & & \\
\hline
 & 4x^2 & & -4 & \\
 & -(4x^2 & +4x) & & \\
\hline
 & & -4x & -4 & \\
 & & -(-4x & -4) & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

$-1x^2+4x-4=0$
$x_{1/2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot(-1)\cdot(-4)}}{2\cdot(-1)}$
$x_{1/2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{0}}{-2}$
$x_{1/2}=\dfrac{-4\pm 0}{-2}$
$x_1=\dfrac{-4+0}{-2} \qquad x_2=\dfrac{-4-0}{-2}$
$x_1=2 \qquad x_2=2$
$\underline{x_1=-1; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2=0; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3=2; \quad \text{2-fache Nullstelle}}$

Aufgabe (22)

$4x^5+5x^4-6x^3=0$
$x^3(4x^2+5x-6)=0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad 4x^2+5x-6=0$

$4x^2+5x-6=0$
$x_{1/2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 4\cdot(-6)}}{2\cdot 4}$
$x_{1/2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{121}}{8}$
$x_{1/2}=\dfrac{-5\pm 11}{8}$
$x_1=\dfrac{-5+11}{8} \qquad x_2=\dfrac{-5-11}{8}$
$x_1=\dfrac{3}{4} \qquad x_2=-2$
$\underline{x_1=-2; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_2=0; \quad \text{3-fache Nullstelle}}$
$\underline{x_3=\dfrac{3}{4}; \quad \text{1-fache Nullstelle}}$

5 Exponentialgleichungen

$\mathbf{b^x = a}$

$\bullet \mathbf{b^x = a \quad a > 0}$
$b^x = a \quad / \log_b ...$
$\log_b (b^x) = \log_b (a)$
Logarithmengesetz: $log_b b^x = x \log_b b = x$
$x = \log_b (a)$
$\bullet \mathbf{e^x = a \quad a > 0}$
Basis: e = 2,718.. (eulersche Zahl)
$e^x = a \quad a > 0$
$e^x = a \quad / \ln ...$
$\ln (e^x) = \ln (a)$
Logarithmengesetz: $lne^x = x \ln e = x$
$x = \ln (a)$
$\bullet \mathbf{10^x = a \quad a > 0}$
Basis: 10
$10^x = a \quad a > 0$
$10^x = a \quad / \lg ...$
$\lg (10^x) = \lg (a)$
Logarithmengesetz: $lg10^x = x \lg 10 = x$
$x = \lg (a)$

$2^x = 8$
$x = \log_2 (8)$
$x = 3$

$e^x = 4$
$x = ln (4)$
$x = 1,39$

$\mathbf{a \cdot b^{(cx+d)} + f = 0}$

$a \cdot b^{(cx+d)} + f = 0$
$a \cdot b^{(cx+d)} + f = 0 \quad / - f$
$a \cdot b^{(cx+d)} = -f \quad / : a$
$b^{(cx+d)} = \frac{-f}{a} \quad / \log_b(...)$
$\frac{-f}{a} > 0 \Rightarrow$
$\log_b \left(b^{(cx+d)}\right) = \log_b \left(\frac{-f}{a}\right)$
Logarithmengesetz: $log_b b^n = n \log_b b = n$
$(cx + d) \log_b (b) = \log_b \left(\frac{-f}{a}\right)$
$cx + d = \log_b \left(\frac{-f}{a}\right) \quad / - d \quad / : c$
$x = \frac{\log_b \left(\frac{-f}{a}\right) - d}{c}$
$\frac{-f}{a} \leq 0 \Rightarrow$ keine Lösung

$-2 \cdot 2^{(2x+3)} + 4 = 0$
$-2 \cdot 2^{(2x+3)} + 4 = 0 \quad / - 4$
$-2 \cdot 2^{(2x+3)} = -4 \quad / : -2$
$2^{(2x+3)} = 2 \quad / \log_2$
$2x + 3 = \log_2 (2) \quad / - 3 \quad / : 2$
$x = -1$
Basis: $e = 2,718..$(eulersche Zahl)
$2 \cdot e^{(3x+4)} - 6 = 0$
$2 \cdot e^{(3x+4)} - 6 = 0 \quad / + 6$
$2 \cdot e^{(3x+4)} = +6 \quad / : 2$
$e^{(3x+4)} = 3 \quad / \ln$
$3x + 4 = \ln (3) \quad / - 4 \quad / : 3$
$x = -0,967$

5.1 $b^x = a$

5.1.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$b^x = a$
Basis: b
Wert: a

Gesucht:Lösung der Gleichung

(1) $a = 2 \quad b = 8$
(2) $a = 8 \quad b = 2$
(3) $a = 100 \quad b = 10$
(4) $a = 0,001 \quad b = 10$

5.1.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$8^x = 2$
$x = \log_8(2)$
$x = \frac{1}{3}$

Aufgabe (2)

$2^x = 8$
$x = \log_2(8)$
$x = 3$

Aufgabe (3)

$10^x = 100$
$x = \log_1 0(100)$
$x = 2$

Aufgabe (4)

$10^x = 0,001$
$x = \log_1 0(0,001)$
$x = -3$

5.2 $e^x = a$

5.2.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$e^x = a$
Wert: a

Gesucht:Lösung der Gleichung

(1) $a = 0$
(2) $a = 1$
(3) $a = 2,72$
(4) $a = 2$
(5) $a = \frac{1}{2}$

5.2.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$e^x = 0$
$x = ln\,(0)$
$x = -\infty$

Aufgabe (2)

$e^x = 1$
$x = ln\,(1)$
$x = 0$

Aufgabe (3)

$e^x = 2,72$
$x = ln\,(2,72)$
$x = 1$

Aufgabe (4)

$e^x = 2$
$x = ln\,(2)$
$x = 0,693$

Aufgabe (5)

$e^x = \frac{1}{2}$
$x = ln\left(\frac{1}{2}\right)$
$x = -0,693$

5.3 $ab^{(cx+d)}+f=0$

5.3.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$ab^{(cx+d)}+f=0$
Basis: b

Gesucht:Lösung der Gleichung

(1)	$a=2$	$b=3$	$c=2$	$d=2$	$f=-1$	(5)	$a=-2$	$b=3$	$c=2$	$d=1$	$f=18$
(2)	$a=2$	$b=3$	$c=4$	$d=5$	$f=-6$	(6)	$a=4$	$b=2$	$c=6$	$d=5$	$f=4$
(3)	$a=5$	$b=4$	$c=2$	$d=1$	$f=-10$						
(4)	$a=-2$	$b=3$	$c=2$	$d=1$	$f=10$						

5.3.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$2 \cdot 3^{(2x+2)} - 1 = 0$
$2 \cdot 3^{(2x+2)} - 1 = 0 \quad / + 1$
$2 \cdot 3^{(2x+2)} = +1 \quad / : 2$
$3^{(2x+2)} = \frac{1}{2} \quad / \log_3$
$2x + 2 = \log_3\left(\frac{1}{2}\right) \quad / - 2 \quad / : 2$
$x = -1,32$

Aufgabe (2)

$2 \cdot 3^{(4x+5)} - 6 = 0$
$2 \cdot 3^{(4x+5)} - 6 = 0 \quad / + 6$
$2 \cdot 3^{(4x+5)} = +6 \quad / : 2$
$3^{(4x+5)} = 3 \quad / \log_3$
$4x + 5 = \log_3(3) \quad / - 5 \quad / : 4$
$x = -1$

Aufgabe (3)

$5 \cdot 4^{(2x+1)} - 10 = 0$
$5 \cdot 4^{(2x+1)} - 10 = 0 \quad / + 10$
$5 \cdot 4^{(2x+1)} = +10 \quad / : 5$
$4^{(2x+1)} = 2 \quad / \log_4$
$2x + 1 = \log_4(2) \quad / - 1 \quad / : 2$
$x = -\frac{1}{4}$

Aufgabe (4)

$-2 \cdot 3^{(2x+1)} + 10 = 0$
$-2 \cdot 3^{(2x+1)} + 10 = 0 \quad / - 10$
$-2 \cdot 3^{(2x+1)} = -10 \quad / : -2$
$3^{(2x+1)} = 5 \quad / \log_3$
$2x + 1 = \log_3(5) \quad / - 1 \quad / : 2$
$x = 0,232$

Aufgabe (5)

$-2 \cdot 3^{(2x+1)} + 18 = 0$
$-2 \cdot 3^{(2x+1)} + 18 = 0 \quad / - 18$
$-2 \cdot 3^{(2x+1)} = -18 \quad / : -2$
$3^{(2x+1)} = 9 \quad / \log_3$
$2x + 1 = \log_3(9) \quad / - 1 \quad / : 2$
$x = \frac{1}{2}$

Aufgabe (6)

$4 \cdot 2^{(6x+5)} + 4 = 0$
$4 \cdot 2^{(6x+5)} + 4 = 0 \quad / - 4$
$4 \cdot 2^{(6x+5)} = -4 \quad / : 4$
$2^{(6x+5)} = -1 \quad / \log_2$
$-1 \leq 0 \rightarrow$ keine Lösung

5.4 $ae^{(cx+d)}+f=0$

5.4.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$ae^{(cx+d)}+f=0$
Basis: $e=2,718..(eulerscheZahl)$

Gesucht: Lösung der Gleichung

(1)	$a=4$	$c=5$	$d=2$	$f=4$	(4)	$a=4$	$c=5$	$d=-4$	$f=-4$
(2)	$a=4$	$c=5$	$d=2$	$f=-4$					
(3)	$a=4$	$c=5$	$d=1$	$f=-4$					

5.4.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$4 \cdot e^{(5x+2)} + 4 = 0$
$4 \cdot e^{(5x+2)} + 4 = 0 \quad / -4$
$4 \cdot e^{(5x+2)} = -4 \quad / : 4$
$e^{(5x+2)} = -1 \quad / \ln$
$-1 \leq 0 \rightarrow$ keine Lösung

Aufgabe (2)

$4 \cdot e^{(5x+2)} - 4 = 0$
$4 \cdot e^{(5x+2)} - 4 = 0 \quad / +4$
$4 \cdot e^{(5x+2)} = +4 \quad / : 4$
$e^{(5x+2)} = 1 \quad / \ln$
$5x + 2 = \ln(1) \quad / -2 \quad / : 5$
$x = -\frac{2}{5}$

Aufgabe (3)

$4 \cdot e^{(5x+1)} - 4 = 0$
$4 \cdot e^{(5x+1)} - 4 = 0 \quad / +4$
$4 \cdot e^{(5x+1)} = +4 \quad / : 4$
$e^{(5x+1)} = 1 \quad / \ln$
$5x + 1 = \ln(1) \quad / -1 \quad / : 5$
$x = -\frac{1}{5}$

Aufgabe (4)

$4 \cdot e^{(5x-4)} - 4 = 0$
$4 \cdot e^{(5x-4)} - 4 = 0 \quad / +4$
$4 \cdot e^{(5x-4)} = +4 \quad / : 4$
$e^{(5x-4)} = 1 \quad / \ln$
$5x - 4 = \ln(1) \quad / +4 \quad / : 5$
$x = \frac{4}{5}$

6 Logarithmusgleichungen

$\log_{\mathbf{b}} \mathbf{x} = \mathbf{a}$

- $\log_{\mathbf{b}} \mathbf{x} = \mathbf{a} \quad /\mathbf{b}$

$x = b^a$

- $\lg \mathbf{x} = \mathbf{a} \quad /\mathbf{10}$

$x = 10^a$

- $\ln \mathbf{x} = \mathbf{a} \quad /\mathbf{e}$

$x = e^a$

$log_2 x = 3$
$x = 2^{(3)}$
$x = 8$

$ln(x) = 1,39$
$x = e^{(1,39)}$
$x = 4$

$\mathbf{a} \log_{\mathbf{b}} (\mathbf{cx} + \mathbf{d}) + \mathbf{f} = \mathbf{0}$

$a \log_b (cx + d) + f = 0$
$a \log_b (cx + d) + f = 0 \qquad / - f$
$a \log_b (cx + d) = -f \qquad / : a$
$\log_b (cx + d) = \frac{-f}{a} \qquad /b$
$b^{(\log_b (cx+d))} = b^{\left(\frac{-f}{a}\right)}$
$cx + d = b^{\left(\frac{-f}{a}\right)} \qquad / - d \qquad / : c$
$x = \frac{b^{\left(\frac{-f}{a}\right)} - d}{c}$

$2 \cdot log_3(4x + 5) - 4 = 0$
$2 \cdot log_3(4x + 5) - 4 = 0 \qquad / + 4$
$2 \cdot log_3(4x + 5) = +4 \qquad / : 2$
$\log_3 (4x + 5) = 2 \qquad /3^{\cdot\cdot}$
$4x + 5 = 3^2 \qquad / - 5 \qquad / : 4$
$x = \frac{3^2 - 5}{4}$
Basis: $e = 2,718..$(eulersche Zahl)
$\log_e x = lnx \quad 4 \cdot ln(5x + 7) + 8 = 0$
$4 \cdot ln(5x + 7) + 8 = 0 \qquad / - 8$
$4 \cdot ln(5x + 7) = -8 \qquad / : 4$
$\ln (5x + 7) = -2 \qquad /e^{\cdot\cdot}$
$5x + 7 = e^{-2} \qquad / - 7 \qquad / : 5$
$x = \frac{e^{-2} - 7}{5}$
$x = -1,37$

6.1 $log_b x = a$

6.1.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$log_b x = a$
Basis: b
Wert: a

Gesucht:Lösung der Gleichung

(1) $a = 2$ $b = 8$
(2) $a = 8$ $b = 2$
(3) $a = 2$ $b = 8$
(4) $a = \frac{1}{2}$ $b = 8$
(5) $a = \frac{1}{2}$ $b = 2$

6.1.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$x = 64$

$log_8 x = 2$
$x = 8^2$
$x = 64$

Aufgabe (2)

$log_2 x = 8$
$x = 2^8$
$x = 256$

Aufgabe (3)

$log_8 x = 2$
$x = 8^2$

Aufgabe (4)

$log_8 x = \frac{1}{2}$
$x = 8^{\frac{1}{2}}$
$x = 2,83$

Aufgabe (5)

$log_2 x = \frac{1}{2}$
$x = 2^{\frac{1}{2}}$
$x = 1,41$

6.2 $ln(x) = a$

6.2.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$ln(x) = a$
Wert: a

Gesucht:Lösung der Gleichung

(1) $a = 0$
(2) $a = 2$
(3) $a = 4$

6.2.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$ln(x) = 0$
$x = e^0$
$x = 1$

Aufgabe (2)

$ln(x) = 2$
$x = e^2$
$x = 7,39$

Aufgabe (3)

$ln(x) = 4$
$x = e^4$
$x = 54,6$

6.3 $a\log_b(cx+d)+f=0$

6.3.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$a\log_b(cx+d)+f=0$

Gesucht: Lösung der Gleichung

(1)	$a=2$	$b=10$	$c=5$	$d=10$	$f=-2$
(2)	$a=3$	$b=4$	$c=5$	$d=-10$	$f=-2$
(3)	$a=10$	$b=5$	$c=-10$	$d=2$	$f=5$
(4)	$a=3$	$b=4$	$c=-2$	$d=4$	$f=6$
(5)	$a=2$	$b=3$	$c=4$	$d=1$	$f=3$
(6)	$a=2$	$b=3$	$c=4$	$d=1$	$f=4$
(7)	$a=2$	$b=3$	$c=4$	$d=1$	$f=-4$
(8)	$a=2$	$b=4$	$c=4$	$d=1$	$f=-4$
(9)	$a=2$	$b=\frac{1}{2}$	$c=-2$	$d=-1$	$f=-4$

6.3.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$2 \cdot log_{10}(5x + 10) - 2 = 0$
$2 \cdot log_{10}(5x + 10) - 2 = 0 \quad / + 2$
$2 \cdot log_{10}(5x + 10) = +2 \quad / : 2$
$\log_{10}(5x + 10) = 1 \quad /10^{\cdot\cdot}$
$5x + 10 = 10^1 \quad / - 10 \quad / : 5$
$x = \dfrac{10^1 - 10}{5}$
$x = 0$

Aufgabe (2)

$3 \cdot log_4(5x - 10) - 2 = 0$
$3 \cdot log_4(5x - 10) - 2 = 0 \quad / + 2$
$3 \cdot log_4(5x - 10) = +2 \quad / : 3$
$\log_4(5x - 10) = \frac{2}{3} \quad /4^{\cdot\cdot}$
$5x - 10 = 4^{\frac{2}{3}} \quad / + 10 \quad / : 5$
$x = \dfrac{4^{\frac{2}{3}} + 10}{5}$
$x = 2,5$

Aufgabe (3)

$10 \cdot log_5(-10x + 2) + 5 = 0$
$10 \cdot log_5(-10x + 2) + 5 = 0 \quad / - 5$
$10 \cdot log_5(-10x + 2) = -5 \quad / : 10$
$\log_5(-10x + 2) = -\frac{1}{2} \quad /5^{\cdot\cdot}$
$-10x + 2 = 5^{-\frac{1}{2}} \quad / - 2 \quad / : -10$
$x = \dfrac{5^{-\frac{1}{2}} - 2}{-10}$
$x = 0,155$

Aufgabe (4)

$3 \cdot log_4(-2x + 4) + 6 = 0$
$3 \cdot log_4(-2x + 4) + 6 = 0 \quad / - 6$
$3 \cdot log_4(-2x + 4) = -6 \quad / : 3$
$\log_4(-2x + 4) = -2 \quad /4^{\cdot\cdot}$
$-2x + 4 = 4^{-2} \quad / - 4 \quad / : -2$
$x = \dfrac{4^{-2} - 4}{-2}$
$x = 1\frac{31}{32}$

Aufgabe (5)

$2 \cdot log_3(4x + 1) + 3 = 0$
$2 \cdot log_3(4x + 1) + 3 = 0 \quad / - 3$
$2 \cdot log_3(4x + 1) = -3 \quad / : 2$
$\log_3(4x + 1) = -1\frac{1}{2} \quad /3^{\cdot\cdot}$
$4x + 1 = 3^{-1\frac{1}{2}} \quad / - 1 \quad / : 4$
$x = \dfrac{3^{-1\frac{1}{2}} - 1}{4}$
$x = -0,202$

Aufgabe (6)

$2 \cdot log_3(4x + 1) + 4 = 0$
$2 \cdot log_3(4x + 1) + 4 = 0 \quad / - 4$
$2 \cdot log_3(4x + 1) = -4 \quad / : 2$
$\log_3(4x + 1) = -2 \quad /3^{\cdot\cdot}$
$4x + 1 = 3^{-2} \quad / - 1 \quad / : 4$
$x = \dfrac{3^{-2} - 1}{4}$
$x = -\frac{2}{9}$

Aufgabe (7)

$2 \cdot log_3(4x + 1) - 4 = 0$
$2 \cdot log_3(4x + 1) - 4 = 0 \quad / + 4$
$2 \cdot log_3(4x + 1) = +4 \quad / : 2$
$\log_3(4x + 1) = 2 \quad /3^{\cdot\cdot}$
$4x + 1 = 3^2 \quad / - 1 \quad / : 4$
$x = \dfrac{3^2 - 1}{4}$
$x = 2$

Aufgabe (8)

$2 \cdot log_4(4x + 1) - 4 = 0$
$2 \cdot log_4(4x + 1) - 4 = 0 \quad / + 4$
$2 \cdot log_4(4x + 1) = +4 \quad / : 2$
$\log_4(4x + 1) = 2 \quad /4^{\cdot\cdot}$
$4x + 1 = 4^2 \quad / - 1 \quad / : 4$
$x = \dfrac{4^2 - 1}{4}$
$x = 3\frac{3}{4}$

Aufgabe (9)

$2 \cdot log_{\frac{1}{2}}(-2x - 1) - 4 = 0$
$2 \cdot log_{\frac{1}{2}}(-2x - 1) - 4 = 0 \quad / + 4$
$2 \cdot log_{\frac{1}{2}}(-2x - 1) = +4 \quad / : 2$

$\log_{\frac{1}{2}} (-2x - 1) = 2 \qquad /\frac{1}{2}^{\cdot\cdot}$ $\qquad x = -\frac{5}{8}$

$-2x - 1 = \frac{1}{2}^2 \qquad / + 1 \qquad / : -2$

$x = \dfrac{\frac{1}{2}^2 + 1}{-2}$

6.4 $a\ln(cx+d)+f=0$

6.4.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben:$a\ln(cx+d)+f=0$

Gesucht: Lösung der Gleichung

(1) $a=2$ $c=3$ $d=4$ $f=-4$
(2) $a=-2$ $c=3$ $d=4$ $f=4$
(3) $a=2$ $c=3$ $d=4$ $f=4$
(4) $a=-\frac{1}{2}$ $c=4$ $d=-2$ $f=-2$
(5) $a=2$ $c=-2$ $d=3$ $f=4$
(6) $a=\frac{1}{4}$ $c=2$ $d=-1$ $f=-3$

6.4.2 Lösungen

Aufgabe (1)

$2\cdot ln(3x+4)-4=0$
$2\cdot ln(3x+4)-4=0 \quad /+4$
$2\cdot ln(3x+4)=+4 \quad /:2$
$\ln(3x+4)=2 \quad /e^{\cdot\cdot}$
$3x+4=e^2 \quad /-4 \quad /:3$
$x=\frac{e^2-4}{3}$
$x=1,\overline{13}$

Aufgabe (2)

$-2\cdot ln(3x+4)+4=0$
$-2\cdot ln(3x+4)+4=0 \quad /-4$
$-2\cdot ln(3x+4)=-4 \quad /:-2$
$\ln(3x+4)=2 \quad /e^{\cdot\cdot}$
$3x+4=e^2 \quad /-4 \quad /:3$
$x=\frac{e^2-4}{3}$
$x=1,\overline{13}$

Aufgabe (3)

$2\cdot ln(3x+4)+4=0$
$2\cdot ln(3x+4)+4=0 \quad /-4$
$2\cdot ln(3x+4)=-4 \quad /:2$
$\ln(3x+4)=-2 \quad /e^{\cdot\cdot}$
$3x+4=e^{-2} \quad /-4 \quad /:3$
$x=\frac{e^{-2}-4}{3}$
$x=-1,\overline{29}$

Aufgabe (4)

$-\frac{1}{2}\cdot ln(4x-2)-2=0$
$-\frac{1}{2}\cdot ln(4x-2)-2=0 \quad /+2$
$-\frac{1}{2}\cdot ln(4x-2)=+2 \quad /:-\frac{1}{2}$
$\ln(4x-2)=-4 \quad /e^{\cdot\cdot}$
$4x-2=e^{-4} \quad /+2 \quad /:4$
$x=\frac{e^{-4}+2}{4}$
$x=0,505$

Aufgabe (5)

$2\cdot ln(-2x+3)+4=0$
$2\cdot ln(-2x+3)+4=0 \quad /-4$
$2\cdot ln(-2x+3)=-4 \quad /:2$
$\ln(-2x+3)=-2 \quad /e^{\cdot\cdot}$
$-2x+3=e^{-2} \quad /-3 \quad /:-2$
$x=\frac{e^{-2}-3}{-2}$
$x=1,43$

Aufgabe (6)

$\frac{1}{4}\cdot ln(2x-1)-3=0$
$\frac{1}{4}\cdot ln(2x-1)-3=0 \quad /+3$
$\frac{1}{4}\cdot ln(2x-1)=+3 \quad /:\frac{1}{4}$
$\ln(2x-1)=12 \quad /e^{\cdot\cdot}$
$2x-1=e^{12} \quad /+1 \quad /:2$
$x=\frac{e^{12}+1}{2}$
$x=8,14\cdot 10^4$

7 Trigonometrische Gleichungen

Grundlagen trigonometrische Gleichungen

• Lösung der Gleichungen:
$\sin(\alpha) = a \quad \cos(\alpha) = a \quad \tan(\alpha) = a$

• Der Arkussinus (Arcuscosinus,Arkustangens) des Betrags von a ist die Lösung im 1. Quadranten.
Gradmaß(DEG):
$\alpha' = \arcsin(|a|) = \sin^{-1}(|a|)$
$\alpha' = \arccos(|a|) = \cos^{-1}(|a|)$
$\alpha' = \arctan(|a|) = \tan^{-1}(|a|)$
Bogenmaß(RAD):
$x' = \arcsin(|a|) = \sin^{-1}(|a|)$
$x' = \arccos(|a|) = \cos^{-1}(|a|)$
$x' = \arctan(|a|) = \tan^{-1}(|a|)$

• Je nach Vorzeichen von a die Quadranten wählen.

	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
I. Quadrant	+	+	+
II. Quadrant	+	-	-
III. Quadrant	-	-	+
IV. Quadrant	-	+	-

• Umrechnen des Winkels in die Quadranten.

	DEG	RAD
I. Quadrant	α	x
II. Quadrant	$180° - \alpha$	$\pi - x$
III. Quadrant	$180° + \alpha$	$\pi + x$
IV. Quadrant	$360° - \alpha$	$2\pi - x$

• Der Sinus und Kosinus sind periodisch mit der Periode $2\pi(360°)$.
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad k \in \mathbb{Z}$
$\mathbb{L} = \{\alpha + k \cdot 360°\}$ (DEG)
$\mathbb{L} = \{x + k \cdot 2\pi\}$(RAD)
- Der Tangens ist periodisch mit der Periode $\pi(180°)$.
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad k \in \mathbb{Z}$
$\mathbb{L} = \{\alpha + k \cdot 180°\}$ (DEG)
$\mathbb{L} = \{x + k \cdot \pi\}$(RAD)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$sin\alpha = -\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow$ Lösung im III Quadrant und IV Quadrant
$\alpha' = sin^{-1}(|-\frac{1}{2}|) = 30°$
III Quadrant: $\alpha_1 = 180° + 30° = 210°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{210° + k \cdot 360°\}$
IV Quadrant: $\alpha_2 = 360° - 30° = 330°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{330° + k \cdot 360°\}$
$\mathbb{D} = [0; 360°] \quad \mathbb{L} = \{210°; 330°\}$

Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -\frac{1}{2}$
$x = sin^{-1}(-\frac{1}{2})$
$x' = sin^{-1}(|-\frac{1}{2}|) = 0,524$
III Quadrant: $x_1 = \pi + 0,524 = 3,67$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{3,67 + k \cdot 2\pi\}$
IV Quadrant: $x_2 = 2\pi - 0,524 = 5,76$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{5,76 + k \cdot 2\pi\}$

] Sinus durch Kosinus = Tangens

$a\sin(x) = b\cos(x) \qquad / : a / : \cos(x)$
$\frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{b}{a}$
$\tan(x) = \frac{b}{a}$
$x = \arctan(\frac{b}{a})$

$8\sin(x) = 4\cos(x) \qquad / : 8 / : \cos(x)$
$\frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{4}{8}$
$\tan(x) = \frac{1}{2}$
$x = \arctan(\frac{1}{2})$
$x = 9,463(RAD) \qquad \alpha = 26,56^{\circ}(DEG)$

7.1 $\sin\alpha = a \quad \sin x = a$

7.1.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben: $\sin\alpha = a \quad \sin x = a$

Gesucht: Winkel in
Gradmaß (DEG) α°
Bogenmaß (RAD) x

(1) $a = \frac{1}{2}$
(2) $a = 0,707$
(3) $a = -0,866$
(4) $a = -\frac{1}{2}$
(5) $a = 1$
(6) $a = -1$
(7) $a = 0$

7.1.2 Lösungen

Aufgabe (1)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$sin\alpha = \frac{1}{2}$
$\alpha' = sin^{-1}(|\frac{1}{2}|) = 30°$
I Quadrant: $\alpha_1 = 30°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{30°+k \cdot 360°\}$
II Quadrant: $\alpha_2 = 180° - 30° = 150°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{150°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = \frac{1}{2}$
$x = sin^{-1}(\frac{1}{2})$
$x' = sin^{-1}(|\frac{1}{2}|) = 0,524$

$textIQuadrant: x_1 = 0,524$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{0,524+k \cdot 2\pi\}$
II Quadrant: $x_2 = \pi - 0,524 = 2,62$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{2,62+k \cdot 2\pi$

Aufgabe (2)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$sin\alpha = 0,707$
$\alpha' = sin^{-1}(|0,707|) = 45°$
I Quadrant: $\alpha_1 = 45°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{45°+k \cdot 360°\}$
II Quadrant: $\alpha_2 = 180° - 45° = 135°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{135°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = 0,707$
$x = sin^{-1}(0,707)$
$x' = sin^{-1}(|0,707|) = 0,785$

$textIQuadrant: x_1 = 0,785$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{0,785+k \cdot 2\pi\}$
II Quadrant: $x_2 = \pi - 0,785 = 2,36$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{2,36+k \cdot 2\pi$

Aufgabe (3)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$sin\alpha = -0,866$
$\alpha' = sin^{-1}(|-0,866|) = 60°$
III Quadrant: $\alpha_1 = 180° + 60° = 240°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{240°+k \cdot 360°\}$
IV Quadrant: $\alpha_2 = 360° - 60° = 300°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{300°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -0,866$
$x = sin^{-1}(-0,866)$
$x' = sin^{-1}(|-0,866|) = 1,05$
III Quadrant: $x_1 = \pi + 1,05 = 4,19$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{4,19+k \cdot 2\pi\}$
IV Quadrant: $x_2 = 2\pi - 1,05 = 5,24$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{5,24+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (4)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$sin\alpha = -\frac{1}{2}$
$\alpha' = sin^{-1}(|-\frac{1}{2}|) = 30°$
III Quadrant: $\alpha_1 = 180° + 30° = 210°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{210°+k \cdot 360°\}$
IV Quadrant: $\alpha_2 = 360° - 30° = 330°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{330°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -\frac{1}{2}$
$x = sin^{-1}(-\frac{1}{2})$
$x' = sin^{-1}(|-\frac{1}{2}|) = 0,524$
III Quadrant: $x_1 = \pi + 0,524 = 3,67$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{3,67+k \cdot 2\pi\}$
IV Quadrant: $x_2 = 2\pi - 0,524 = 5,76$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{5,76+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (5)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$sin\alpha = 1$
$\alpha' = sin^{-1}(|1|) = 90°$
$\alpha_1 = 90°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{90°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = 1$
$x = sin^{-1}(1)$
$x' = sin^{-1}(|1|) = 1,57$
$x_1 = \frac{\pi}{2}$
$\mathbb{L} = \{\frac{\pi}{2}+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (6)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$sin\alpha = -1$
$\alpha' = sin^{-1}(|-1|) = 90°$
$\alpha_1 = 270°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{270°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$

$\sin x = -1$
$x = sin^{-1}(-1)$
$x' = sin^{-1}(|-1|) = 1,57$
$x_1 = \frac{3\pi}{2}$
$\mathbb{L} = \{\frac{3\pi}{2} + k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (7)

Winkel in Gadmaß:α $k \in \mathbb{Z}$
$sin\alpha = 0$

$\alpha' = sin^{-1}(|0|) = 0°$

$alpha_1 = 0°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R}$ $\mathbb{L} = \{k \cdot 180°$
Winkel in Bogenmaß:x $k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = 0$
$x = sin^{-1}(0)$
$x' = sin^{-1}(|0|) = 0$
$x_1 = 0$
$\mathbb{L} = \{k \cdot \pi\}$

7.2 $\cos\alpha = a \quad \cos x = a$

7.2.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben: $\cos\alpha = a \quad \cos x = a$

Gesucht: Winkel in
Gradmaß (DEG) α°
Bogenmaß (RAD) x

(1) $a = \frac{1}{2}$
(2) $a = 0,707$
(3) $a = -0,866$
(4) $a = -\frac{1}{2}$
(5) $a = 1$
(6) $a = -1$
(7) $a = 0$

7.2.2 Lösungen

Aufgabe (1)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$cos\alpha = \frac{1}{2}$
$\alpha' = cos^{-1}(|\frac{1}{2}|) = 60°$
I Quadrant: $\alpha_1 = 60°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{60°+k \cdot 360°\}$
IV Quadrant: $\alpha_2 = 360° - 60° = 300°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{300°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = \frac{1}{2}$
$x = cos^{-1}(|\frac{1}{2}|) = 1,05$
I Quadrant: $x_1 = 1,05$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{1,05+k \cdot 2\pi\}$
IV Quadrant: $x_2 = 2\pi - 1,05 = 5,24$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{5,24+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (2)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$cos\alpha = 0,707$
$\alpha' = cos^{-1}(|0,707|) = 45°$
I Quadrant: $\alpha_1 = 45°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{45°+k \cdot 360°\}$
IV Quadrant: $\alpha_2 = 360° - 45° = 315°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{315°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0,707$
$x = cos^{-1}(|0,707|) = 0,785$
I Quadrant: $x_1 = 0,785$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{0,785+k \cdot 2\pi\}$
IV Quadrant: $x_2 = 2\pi - 0,785 = 5,5$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{5,5+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (3)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$cos\alpha = -0,866$
$\alpha' = cos^{-1}(|-0,866|) = 30°$
II Quadrant: $\alpha_1 = 180° - 30° = 150°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{150°+k \cdot 360°\}$
III Quadrant: $\alpha_2 = 180° + 30° = 210°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{210°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -0,866$
$x = cos^{-1}(|-0,866|) = 0,524$
II Quadrant: $x_1 = \pi - 0,524 = 2,62$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{2,62+k \cdot 2\pi\}$
III Quadrant: $x_2 = \pi + 0,524 = 3,67$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{3,67+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (4)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$cos\alpha = -\frac{1}{2}$
$\alpha' = cos^{-1}(|-\frac{1}{2}|) = 60°$
II Quadrant: $\alpha_1 = 180° - 60° = 120°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{120°+k \cdot 360°\}$
III Quadrant: $\alpha_2 = 180° + 60° = 240°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{240°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -\frac{1}{2}$
$x = cos^{-1}(|-\frac{1}{2}|) = 1,05$
II Quadrant: $x_1 = \pi - 1,05 = 2,09$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{2,09+k \cdot 2\pi\}$
III Quadrant: $x_2 = \pi + 1,05 = 4,19$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{4,19+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (5)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$cos\alpha = 1$
$\alpha' = cos^{-1}(|1|) = 0°$
$\alpha_1 = 0°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{90°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 1$
$x = cos^{-1}(|1|) = 0$
$x_1 = \frac{\pi}{2}$
$\mathbb{L} = \{\frac{\pi}{2}+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (6)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$cos\alpha = -1$
$\alpha' = cos^{-1}(|-1|) = 0°$
$\alpha_1 = 180°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{180°+k \cdot 360°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -1$
$x = cos^{-1}(|-1|) = 0$
$x_1 = \frac{3\pi}{2}$
$\mathbb{L} = \{\frac{3\pi}{2}+k \cdot 2\pi\}$

Aufgabe (7)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$cos\alpha = 0$
$\alpha' = cos^{-1}(|0|) = 90°$
$\alpha_1 = 90°$

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{k \cdot 180°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0$
$x = cos^{-1}(|0|) = 1,57$
$x_1 = 0$
$\mathbb{L} = \{k \cdot \pi\}$

7.3 $\tan\alpha = a \quad \tan x = a$

7.3.1 Aufgaben

Um eigene Aufgaben zu lösen, klicken Sie hier: Neue Rechnung
Gegeben: $\tan\alpha = a \quad \tan x = a$

Gesucht: Winkel in
Gradmaß (DEG) α°
Bogenmaß (RAD) x

(1) $a = 1$
(2) $a = 0$
(3) $a = 1,73$
(4) $a = -1,73$
(5) $a = 5$
(6) $a = -1$
(7) $a = -2$

7.3.2 Lösungen

Aufgabe (1)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$tan\alpha = 1$
$\alpha = tan^{-1}(|1|) = 45°$

I Quadrant: $\alpha_1 = 45°$
III Quadrant: $\alpha_2 = 180° + 45° = 225°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{45°+k \cdot 180°\}$

Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\tan x = 1$
$x = tan^{-1}(|1|) = 0,785$

I Quadrant: $x_1 = 0,785$
III Quadrant: $x_2 = \pi + 0,785 = 2,36$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{0,785+k \cdot \pi\}$

Aufgabe (2)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$tan\alpha = 0$
$\alpha = tan^{-1}(|0|) = 0°$

$\alpha_1 = 0°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{k \cdot 180°\}$
Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\tan x = 0$
$x = tan^{-1}(|0|) = 0$

$x_1 = 0$
$\mathbb{D} = \mathbb{R}$
$\mathbb{L} = \{k \cdot \pi\}$

Aufgabe (3)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$tan\alpha = 1,73$
$\alpha = tan^{-1}(|1,73|) = 60°$

I Quadrant: $\alpha_1 = 60°$
III Quadrant: $\alpha_2 = 180° + 60° = 240°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{60°+k \cdot 180°\}$

Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\tan x = 1,73$
$x = tan^{-1}(|1,73|) = 1,05$

I Quadrant: $x_1 = 1,05$
III Quadrant: $x_2 = \pi + 1,05 = 2,09$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{1,05+k \cdot \pi\}$

Aufgabe (4)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$tan\alpha = -1,73$
$\alpha = tan^{-1}(|-1,73|) = 60°$

II Quadrant: $\alpha_1 = 180° - 60° = 120°$
IV Quadrant: $\alpha_2 = 360° - 60° = 300°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{120°+k \cdot 180°\}$

Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\tan x = -1,73$
$x = tan^{-1}(|-1,73|) = 1,05$

II Quadrant: $x_1 = \pi - 1,05 = 2,09$
IV Quadrant: $x_2 = 2\pi - 1,05 = 5,24$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{2,09+k \cdot \pi\}$

Aufgabe (5)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$tan\alpha = 5$
$\alpha = tan^{-1}(|5|) = 78,7°$

I Quadrant: $\alpha_1 = 78,7°$
III Quadrant: $\alpha_2 = 180° + 78,7° = 259°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{78,7°+k \cdot 180°\}$

Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\tan x = 5$
$x = tan^{-1}(|5|) = 1,37$

I Quadrant: $x_1 = 1,37$
III Quadrant: $x_2 = \pi + 1,37 = 1,77$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{1,37+k \cdot \pi\}$

Aufgabe (6)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$tan\alpha = -1$

$\alpha = tan^{-1}(|-1|) = 45°$

II Quadrant: $\alpha_1 = 180° - 45° = 135°$
IV Quadrant: $\alpha_2 = 360° - 45° = 315°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{135°+k \cdot 180°\}$

Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\tan x = -1$
$x = tan^{-1}(|-1|) = 0,785$

II Quadrant: $x_1 = \pi - 0,785 = 2,36$
IV Quadrant: $x_2 = 2\pi - 0,785 = 5,5$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{2,36+k \cdot \pi\}$

Aufgabe (7)

Winkel in Gadmaß:$\alpha \quad k \in \mathbb{Z}$
$tan\alpha = -2$
$\alpha = tan^{-1}(|-2|) = 63,4°$

II Quadrant: $\alpha_1 = 180° - 63,4° = 117°$
IV Quadrant: $\alpha_2 = 360° - 63,4° = 297°$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{117°+k \cdot 180°\}$

Winkel in Bogenmaß:x $\quad k \in \mathbb{Z}$
$\tan x = -2$
$x = tan^{-1}(|-2|) = 1,11$

II Quadrant: $x_1 = \pi - 1,11 = 2,03$
IV Quadrant: $x_2 = 2\pi - 1,11 = 5,18$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{2,03+k \cdot \pi\}$