

# Formelsammlung Geometrie

<http://www.fersch.de>

©Klemens Fersch

9. August 2017

## Inhaltsverzeichnis

<b>2</b>	<b>Geometrie</b>	<b>3</b>
2.1	Grundlagen	3
2.1.1	Definitionen	3
2.1.2	Strahlensätze	4
2.2	Dreieck	5
2.2.1	Definitionen und Eigenschaften des Dreiecks	5
2.2.2	Kongruenzsätze	7
2.2.3	Pythagoras - Höhensatz - Kathetensatz	8
2.2.4	Allgemeines Dreieck	9
2.2.5	Gleichseitiges Dreieck	9
2.2.6	Gleichschenkliges Dreieck	10
2.2.7	Rechtwinkliges Dreieck	10
2.3	Viereck	12
2.3.1	Quadrat	12
2.3.2	Rechteck	12
2.3.3	Trapez	13
2.3.4	Parallelogramm	13
2.3.5	Raute	13
2.3.6	Drachen	14
2.4	Polygone (n-Ecken)	15
2.4.1	Regelmäßiges n-Eck	15
2.4.2	Sechseck	15
2.5	Kreis	16
2.5.1	Kreis	16
2.5.2	Kreis Sektor (Grad)	16
2.5.3	Kreis Sektor (Bogenmaß)	17
2.5.4	Kreisring	17
2.6	Stereometrie	18
2.6.1	Prisma	18
2.6.2	Würfel	18
2.6.3	Quader	19
2.6.4	Pyramide	20
2.6.5	Kreiszylinder	22
2.6.6	Hohlzylinder	23
2.6.7	Kreiskegel	24
2.6.8	Kegelstumpf	24
2.6.9	Kugel	25
2.7	Trigonometrie	26
2.7.1	Gradmaß - Bogenmaß	26
2.7.2	Definition	27
2.7.3	Quadrantenregel	28
2.7.4	Umrechnungen	29
2.7.5	Rechtwinkliges Dreieck	30
2.7.6	Sinussatz	30
2.7.7	Kosinussatz	31
2.7.8	Kongruenzsätze - Berechnungen am Dreieck	32



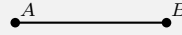
## 2 Geometrie

### 2.1 Grundlagen

#### 2.1.1 Definitionen

##### Strecke $[AB]$

Gerade Linie die durch 2 Endpunkte begrenzt wird



##### Länge einer Strecke $\overline{AB}$

Entfernung zwischen den Punkten A und B

$$\overline{AB} = 3\text{cm}$$

##### Gerade $AB$

Unbegrenzte gerade Linie durch 2 Punkte



##### Halbgerade - Strahl $[AB$

Einseitig begrenzte gerade Linie



##### Winkel

Zwei von einem Punkt (Scheitel) ausgehenden Halbgeraden (Schenkel) schließen einen Winkel ein.

$$\alpha = \angle ABC$$

Drehsinn entgegen dem Uhrzeigersinn = positiver Winkel

Drehsinn im Uhrzeigersinn = negativer Winkel

spitzer Winkel:  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

rechter Winkel:  $\alpha = 90^\circ$

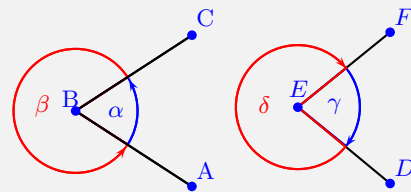
stumpfer Winkel:  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

gestreckter Winkel:  $\alpha = 180^\circ$

überstumpfer Winkel:  $180^\circ < \alpha < 360^\circ$

Vollwinkel:  $\alpha = 360^\circ$

positive Winkel      negative Winkel

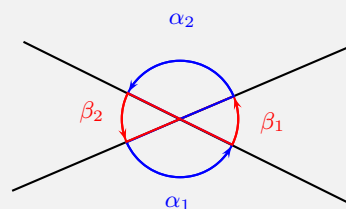


B Scheitelpunkt  
 $[BA, [BC$  Schenkel  
 $\alpha = \angle ABC$        $\beta = \angle CBA$

##### Winkel an sich schneidenden Geraden

Scheitelwinkel (Gegenwinkel) sind gleich groß.

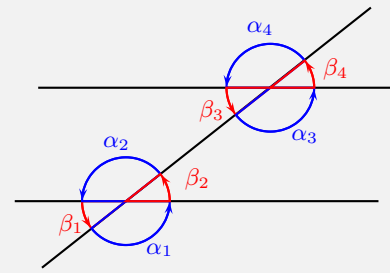
Nebenwinkel ergänzen sich zu  $180^\circ$ .



Scheitelwinkel:  $\alpha_1 = \alpha_2; \beta_1 = \beta_2$   
 Nebenwinkel:  $\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ; \alpha_2 + \beta_2 = 180^\circ$

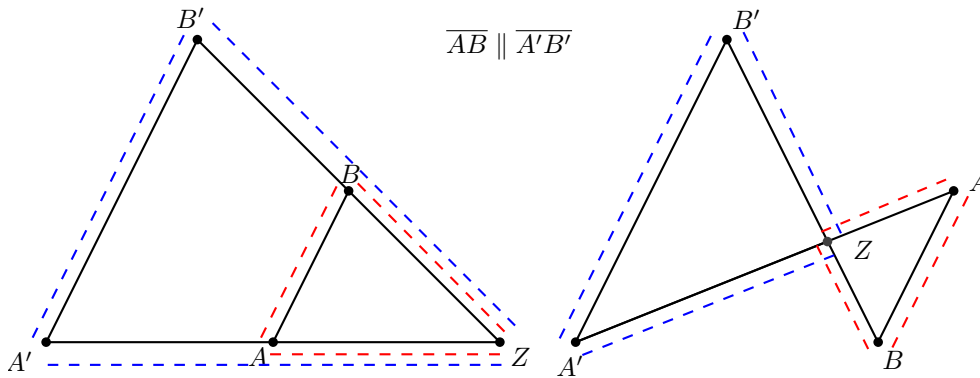
### Winkel an parallelen Geraden

Stufenwinkel (F-Winkel) und Wechselwinkel (Z-Winkel) sind gleich groß. Nachbarwinkel (E-Winkel) ergänzen sich zu  $180^\circ$ .



$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$   
 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4$   
 $\alpha + \beta = 180^\circ$   
 Stufenwinkel:  $\alpha_1 = \alpha_3; \beta_1 = \beta_3$   
 Wechselwinkel:  $\alpha_2 = \alpha_3; \beta_2 = \beta_3$   
 Nachbarwinkel:  $\alpha_3 + \beta_2 = 180^\circ; \alpha_2 + \beta_3 = 180^\circ$

### 2.1.2 Strahlensätze



$$\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{A'B'} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

$$\frac{\overline{ZA}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{BB'}}$$

## 2.2 Dreieck

### 2.2.1 Definitionen und Eigenschaften des Dreiecks

#### Winkel- und Seitenbeziehungen

- Innenwinkelsumme:  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- Außenwinkelsumme:  $\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$

$$\gamma' = \alpha + \beta; \beta' = \alpha + \gamma; \alpha' = \beta + \gamma;$$

- Dreiecksungleichung:

Die Summe zweier Dreiecksseiten ist größer als die dritte Seite.

$$a + b > c \quad a + c > b \quad b + c > a$$

- Der längeren von zwei Seiten liegt der größere Winkel gegenüber.

$$a > b \Rightarrow \alpha > \beta \quad a < b \Rightarrow \alpha < \beta$$

$$a > c \Rightarrow \alpha > \gamma \quad a < c \Rightarrow \alpha < \gamma$$

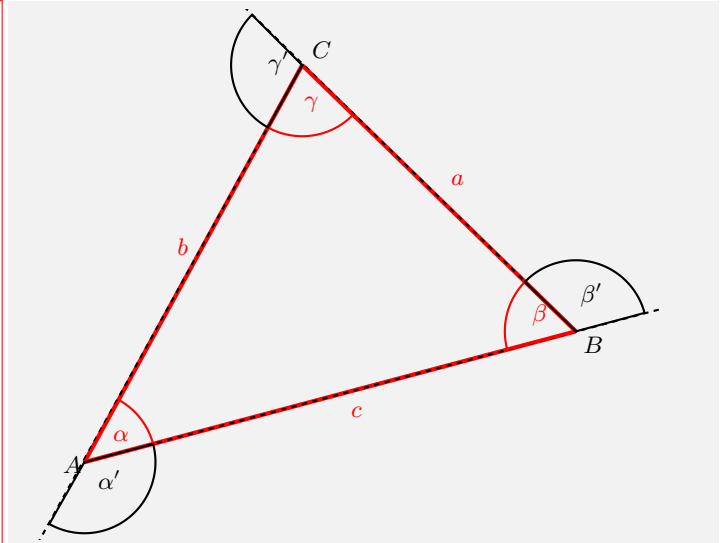
$$b > c \Rightarrow \beta > \gamma \quad b < c \Rightarrow \beta < \gamma$$

- Gleichlangen Seiten liegen gleiche Winkel gegenüber.

$$a = b \Rightarrow \alpha = \beta$$

$$a = c \Rightarrow \alpha = \gamma$$

$$b = c \Rightarrow \beta = \gamma$$



#### Höhe

Das Lot von einem Eckpunkt des Dreiecks auf die gegenüberliegende Dreiecksseite. Höhen schneiden sich im Höhenschnittpunkt.

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$$

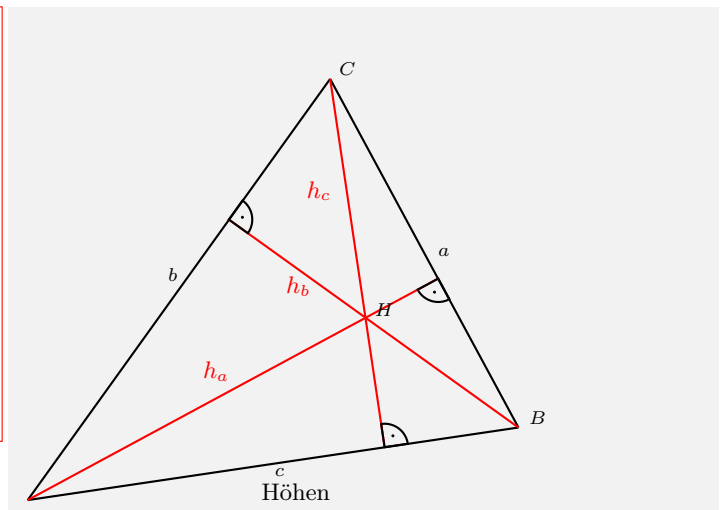
$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

$$h_a = c \cdot \sin \beta$$

$$h_b = a \cdot \sin \gamma$$

$$h_c = b \cdot \sin \alpha$$



**Winkelhalbierende**

Alle Punkte auf einer Winkelhalbierenden haben zu den Schenkeln den gleichen Abstand. Die Winkelhalbierenden schneiden sich im Inkreismittelpunkt. Der Inkreismittelpunkt hat von den drei Seiten des Dreiecks den gleichen Abstand.

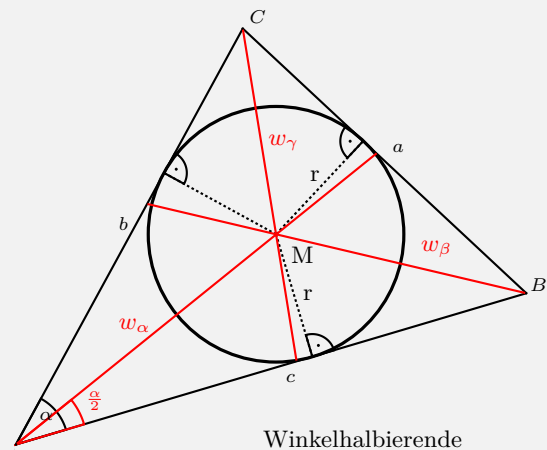
Inkreisradius:  

$$\rho = r_i = \frac{2 \cdot A}{U} = \frac{2 \cdot A}{a + b + c}$$

$$\delta_1 = 180^\circ - \beta - \frac{\alpha}{2} \quad w_\alpha = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \delta_1}$$

$$\delta_2 = 180^\circ - \frac{\beta}{2} - \gamma \quad w_\beta = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \delta_2}$$

$$\delta_3 = 180^\circ - \alpha - \frac{\gamma}{2} \quad w_\gamma = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \delta_3}$$



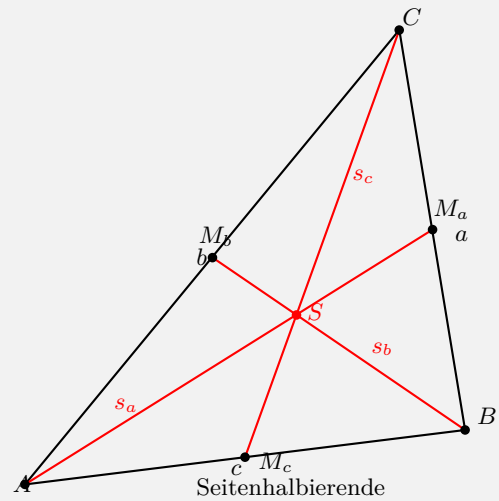
**Seitenhalbierende**

Strecke vom einem Eckpunkt des Dreiecks zum Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite. Die Seitenhalbierenden schneiden sich im Schwerpunkt. Der Schwerpunkt teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 2:1.

$$s_a = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}$$

$$s_b = \frac{1}{2} \sqrt{2(a^2 + c^2) - b^2}$$

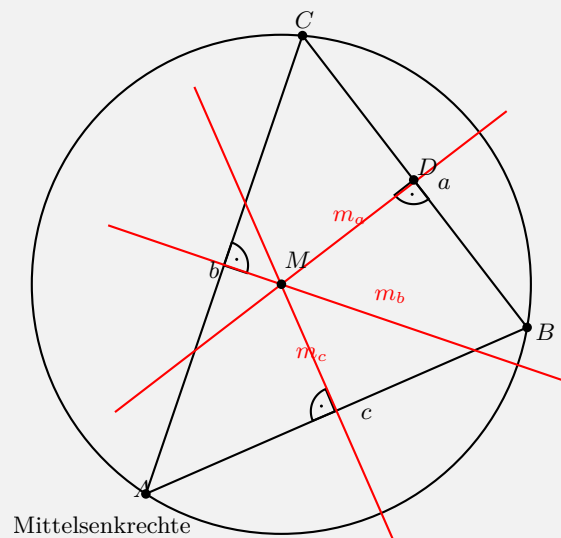
$$s_c = \frac{1}{2} \sqrt{2(a^2 + b^2) - c^2}$$



**Mittelsenkrechte**

Alle Punkte auf einer Mittelsenkrechte haben von zwei Eckpunkten die gleiche Entfernung. Die Mittelsenkrechten schneiden sich im Umkreismittelpunkt. Der Umkreismittelpunkt hat von den drei Eckpunkten des Dreiecks die gleiche Entfernung.

Umkreisradius:  $r_u = \frac{a}{2 \cdot \sin \alpha} = \frac{b}{2 \cdot \sin \beta} = \frac{c}{2 \cdot \sin \gamma}$



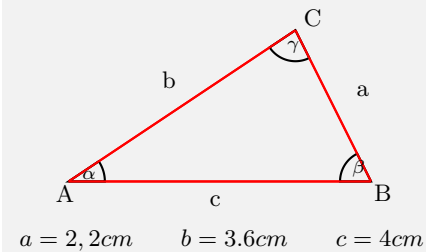
Interaktive Inhalte: [hier klicken](#)

### 2.2.2 Kongruenzsätze

#### Seite - Seite - Seite (SSS)

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in den drei Seiten übereinstimmen.

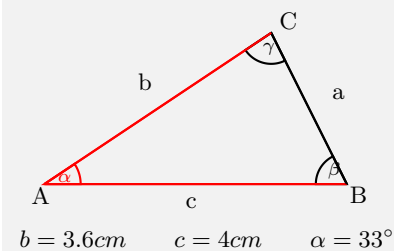
Seite	Seite	Seite
a	b	c



#### Seite - Winkel - Seite (SWS)

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

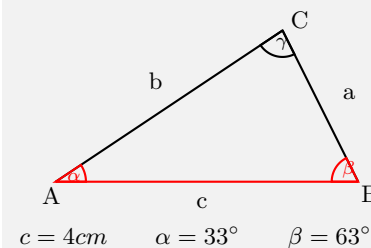
Seite	Winkel	Seite
a	$\beta$	c
a	$\gamma$	b
b	$\alpha$	c



#### Winkel - Seite - Winkel (WSW, WWS)

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Winkeln und einer Seite übereinstimmen.

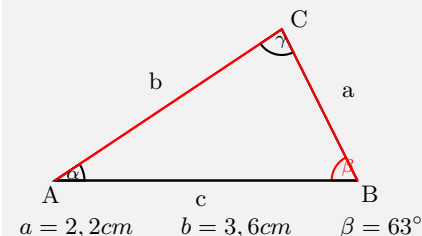
Winkel	Seite	Winkel	Winkel	Winkel	Seite
$\alpha$	c	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	a
$\alpha$	b	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	b
$\beta$	a	$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$	a
			$\alpha$	$\gamma$	c
			$\beta$	$\gamma$	b
			$\beta$	$\gamma$	c



#### Seite - Seite - Winkel (SsW)

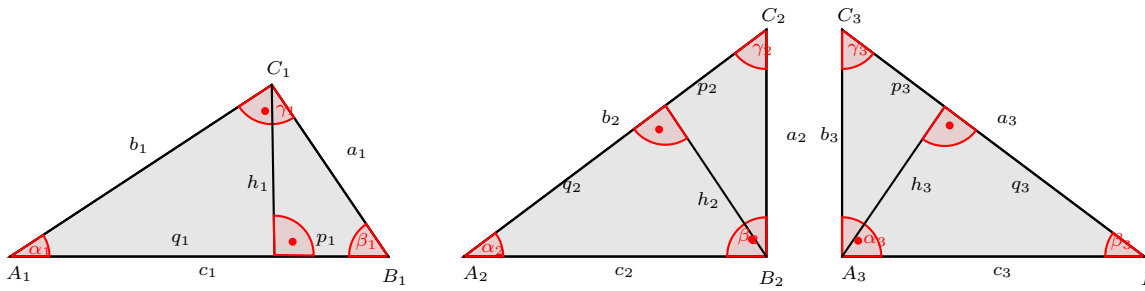
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem der längeren Seite gegenüber liegenden Winkel (Gegenwinkel) übereinstimmen.

Seite	Seite	Winkel	
a	b	$\alpha$	$a > b$
a	b	$\beta$	$b > a$
a	c	$\alpha$	$a > c$
a	c	$\gamma$	$c > a$
b	c	$\beta$	$b > c$
b	c	$\gamma$	$c > b$



Interaktive Inhalte: [hier klicken](#)

### 2.2.3 Pythagoras - Höhensatz - Kathetensatz



#### Pythagoras

Die Katheten sind die am rechten Winkel anliegenden Seiten. Die Hypotenuse liegt dem rechten Winkel gegenüber.  
 • Die Summe der Kathetenquadrate ist gleich dem Hypotenusenquadrat.

für  $\gamma = 90^\circ$       Katheten a und b      Hypotenuse c  
 $a^2 + b^2 = c^2$

$\triangle A_1 B_1 C_1$	$\gamma_1 = 90^\circ$	Katheten $a_1$ und $b_1$	Hypotenuse $c_1$
	$a_1^2 + b_1^2 = c_1^2$		
	$c_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$	$a_1 = \sqrt{c_1^2 - b_1^2}$	$b_1 = \sqrt{c_1^2 - a_1^2}$
$\triangle A_2 B_2 C_2$	$\beta_2 = 90^\circ$	Katheten $a_2$ und $c_2$	Hypotenuse $b_2$
	$a_2^2 + c_2^2 = b_2^2$		
	$b_2 = \sqrt{a_2^2 + c_2^2}$	$a_2 = \sqrt{b_2^2 - c_2^2}$	$c_2 = \sqrt{b_2^2 - a_2^2}$
$\triangle A_3 B_3 C_3$	$\alpha_3 = 90^\circ$	Katheten $b_3$ und $c_3$	Hypotenuse $a_3$
	$a_3^2 + b_3^2 = c_3^2$		
	$a_3 = \sqrt{b_3^2 + c_3^2}$	$b_3 = \sqrt{a_3^2 - c_3^2}$	$c_3 = \sqrt{a_3^2 - b_3^2}$

#### Kathetensatz

Die Höhe h teilt die Hypotenuse in zwei Hypotenusenabschnitte.

• Die Kathete im Quadrat ist gleich dem Produkt aus dem zugehörigen Hypotenusenabschnitt und der Hypotenuse.

für  $\gamma = 90^\circ$        $c = p + q$   
 Katheten a und b      Hypotenuse c  
 Hypotenusenabschnitt p und q  
 $a^2 = c \cdot p$        $b^2 = c \cdot q$

$\triangle A_1 B_1 C_1$	$\gamma_1 = 90^\circ$	Katheten $a_1$ und $b_1$	Hypotenuse $c_1$
		Hypotenusenabschnitte $p_1$ und $q_1$	$c_1 = p_1 + q_1$
	$a_1^2 = c_1 \cdot p_1$	$a_1 = \sqrt{c_1 \cdot p_1}$	$c_1 = \frac{a_1^2}{p_1}$ $p_1 = \frac{a_1^2}{c_1}$
	$b_1^2 = c_1 \cdot q_1$	$b_1 = \sqrt{c_1 \cdot q_1}$	$c_1 = \frac{b_1^2}{q_1}$ $q_1 = \frac{b_1^2}{c_1}$
$\triangle A_2 B_2 C_2$	$\beta_2 = 90^\circ$	Katheten $a_2$ und $c_2$	Hypotenuse $b_2$
		Hypotenusenabschnitte $p_2$ und $q_2$	$b_2 = p_2 + q_2$
	$a_2^2 = b_2 \cdot p_2$	$a_2 = \sqrt{b_2 \cdot p_2}$	$b_2 = \frac{a_2^2}{p_2}$ $p_2 = \frac{a_2^2}{b_2}$
	$c_2^2 = b_2 \cdot q_2$	$c_2 = \sqrt{b_2 \cdot q_2}$	$b_2 = \frac{c_2^2}{q_2}$ $q_2 = \frac{c_2^2}{b_2}$
$\triangle A_3 B_3 C_3$	$\alpha_3 = 90^\circ$	Katheten $b_3$ und $c_3$	Hypotenuse $a_3$
		Hypotenusenabschnitte $p_3$ und $q_3$	$a_3 = p_3 + q_3$
	$b_3^2 = a_3 \cdot p_3$	$b_3 = \sqrt{a_3 \cdot p_3}$	$a_3 = \frac{b_3^2}{p_3}$ $p_3 = \frac{b_3^2}{a_3}$
	$c_3^2 = a_3 \cdot q_3$	$c_3 = \sqrt{a_3 \cdot q_3}$	$a_3 = \frac{c_3^2}{q_3}$ $q_3 = \frac{c_3^2}{a_3}$



**Höhensatz**

Die Höhe  $h$  teilt die Hypotenuse in zwei Hypotenusenabschnitte.

- Die Höhe im Quadrat ist gleich dem Produkt der Hypotenusenabschnitte.

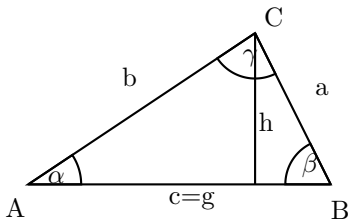
für  $\gamma = 90^\circ$   $c = p + q$

Hypotenusenabschnitte  $p$  und  $q$

$h^2 = p \cdot q$

$\triangle A_1 B_1 C_1$	$\gamma_1 = 90^\circ$	Katheten $a_1$ und $b_1$	Hypotenuse $c_1$
		Hypotenusenabschnitte $p_1$ und $q_1$	$c_1 = p_1 + q_1$
	$h_1^2 = p_1 \cdot q_1$	$h_1 = \sqrt{p_1 \cdot q_1}$	$p_1 = \frac{h_1^2}{q_1}$ $q_1 = \frac{h_1^2}{p_1}$
$\triangle A_2 B_2 C_2$	$\beta_2 = 90^\circ$	Katheten $a_2$ und $c_2$	Hypotenuse $b_2$
		Hypotenusenabschnitte $p_2$ und $q_2$	$b_2 = p_2 + q_2$
	$h_2^2 = p_2 \cdot q_2$	$h_2 = \sqrt{p_2 \cdot q_2}$	$p_2 = \frac{h_2^2}{q_2}$ $q_2 = \frac{h_2^2}{p_2}$
$\triangle A_3 B_3 C_3$	$\alpha_3 = 90^\circ$	Katheten $b_3$ und $c_3$	Hypotenuse $a_3$
		Hypotenusenabschnitte $p_3$ und $q_3$	$a_3 = p_3 + q_3$
	$h_3^2 = p_3 \cdot q_3$	$h_3 = \sqrt{p_3 \cdot q_3}$	$p_3 = \frac{h_3^2}{q_3}$ $q_3 = \frac{h_3^2}{p_3}$

**2.2.4 Allgemeines Dreieck**



$A = \frac{g \cdot h}{2}$

$g$	Grundlinie	$m$
$h$	Höhe	$m$
$A$	Fläche	$m^2$
$g = \frac{A \cdot 2}{h}$		
$h = \frac{A \cdot 2}{g}$		

$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)$

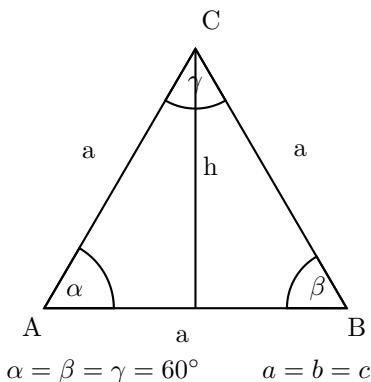
$b$	Länge der Seite	$m$
$a$	Länge der Seite	$m$
$\gamma$	Winkel gamma	$^\circ$
$A$	Fläche	$m^2$

$U = a + b + c$

$c$	Länge der Seite	$m$
$b$	Länge der Seite	$m$
$a$	Länge der Seite	$m$
$U$	Umfang	$m$

Interaktive Inhalte:  $A = \frac{g \cdot h}{2}$  -  $g = \frac{A \cdot 2}{h}$  -  $h = \frac{A \cdot 2}{g}$  -  $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)$  -  $U = a + b + c$  -

**2.2.5 Gleichseitiges Dreieck**



$$A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$$

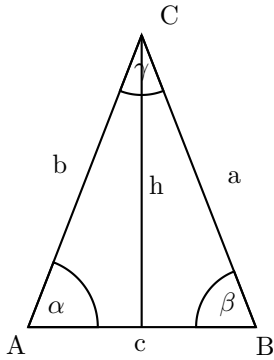
$a$  Grundlinie  $a$   $m$   
 $A$  Fläche  $m^2$   
 $a = \sqrt{\frac{A \cdot 4}{\sqrt{3}}}$

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$h$  Höhe  $m$   
 $a$  Grundlinie  $a$   $m$   
 $a = \frac{h \cdot 2}{\sqrt{3}}$

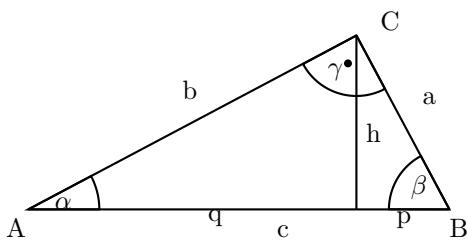
Interaktive Inhalte:  $A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$  -  $a = \sqrt{\frac{A \cdot 4}{\sqrt{3}}}$  -  $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$  -  $a = \frac{h \cdot 2}{\sqrt{3}}$  -

### 2.2.6 Gleichschenkliges Dreieck



Basiswinkel sind gleich  $\alpha = \beta$   
 Schenkel sind gleich lang  $a = b$

### 2.2.7 Rechtwinkliges Dreieck



$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$b$  Ankathete zu  $\alpha$   $m$   
 $a$  Gegenkathete zu  $\alpha$   $m$   
 $A$  Fläche  $m^2$   
 $a = \frac{A \cdot 2}{b}$   $b = \frac{A \cdot 2}{a}$

$$\text{Phytagoras: } a^2 + b^2 = c^2$$

$a$  Gegenkathete zu  $\alpha$   $m$   
 $b$  Ankathete zu  $\alpha$   $m$   
 $c$  Hypotenuse  $m$   
 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$   $a = \sqrt{c^2 - b^2}$   $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

$$\text{Höhensatz: } h^2 = p \cdot q$$

$q$  Hypotenusenabschnitt  $m$   
 $p$  Hypotenusenabschnitt  $m$   
 $h$  Höhe  $m$   
 $h = \sqrt{p \cdot q}$   $q = \frac{h^2}{p}$   $p = \frac{h^2}{q}$

$$\text{Kathetensatz: } a^2 = c \cdot p \quad b^2 = c \cdot q$$

$p$  Hypotenusenabschnitt  $m$

$c$  Hypotenuse  $m$

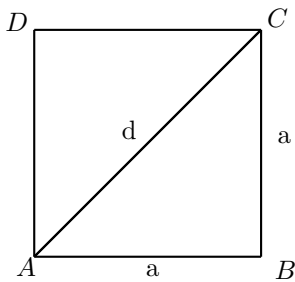
$a$  Gegenkathete zu  $\alpha$   $m$

$$a = \sqrt{c \cdot p} \quad c = \frac{a^2}{p} \quad p = \frac{a^2}{c}$$

**Interaktive Inhalte:**  $A = \frac{a \cdot b}{2}$  -  $a = \frac{A \cdot 2}{b}$  -  $b = \frac{A \cdot 2}{a}$  -  $a^2 + b^2 = c^2$  -  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$  -  $a = \sqrt{c^2 - b^2}$  -  $b = \sqrt{c^2 - a^2}$  -  $h^2 = p \cdot q$  -  
 $h = \sqrt{p \cdot q}$  -  $q = \frac{h^2}{p}$  -  $p = \frac{h^2}{q}$  -  $a^2 = c \cdot p$  -  $b^2 = c \cdot q$  -  $a = \sqrt{c \cdot p}$  -  $c = \frac{a^2}{p}$  -  $p = \frac{a^2}{c}$  -

## 2.3 Viereck

### 2.3.1 Quadrat



$$A = a^2$$

$a$  Seite  $m$   
 $A$  Fläche  $m^2$   
 $a = \sqrt{A}$

$$U = 4 \cdot a$$

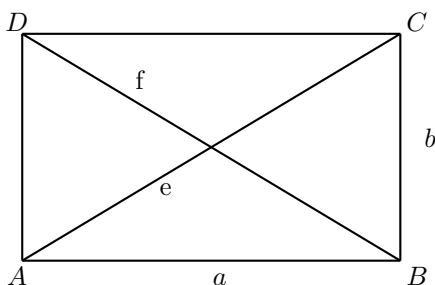
$a$  Seite  $m$   
 $U$  Umfang  $m$   
 $a = \frac{U}{4}$

$$d = a \cdot \sqrt{2}$$

$a$  Seite  $m$   
 $d$  Diagonale  $m$   
 $a = \frac{d}{\sqrt{2}}$

Interaktive Inhalte:  $A = a^2$  -  $a = \sqrt{A}$  -  $U = 4 \cdot a$  -  $a = \frac{U}{4}$  -  $d = a \cdot \sqrt{2}$  -  $a = \frac{d}{\sqrt{2}}$  -

### 2.3.2 Rechteck



$$A = a \cdot b$$

$b$  Breite  $m$   
 $a$  Länge  $m$   
 $A$  Fläche  $m^2$   
 $a = \frac{A}{b}$   $b = \frac{A}{a}$

$$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

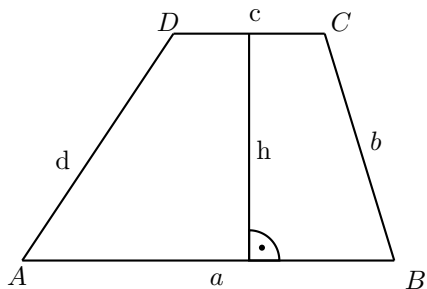
$b$  Breite  $m$   
 $a$  Länge  $m$   
 $U$  Umfang  $m$   
 $a = \frac{U-2 \cdot b}{2}$   $b = \frac{U-2 \cdot a}{2}$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$b$  Breite  $m$   
 $a$  Länge  $m$   
 $d$  Diagonale  $m$   
 $b = \sqrt{d^2 - a^2}$   $a = \sqrt{d^2 - b^2}$

Interaktive Inhalte:  $A = a \cdot b$  -  $a = \frac{A}{b}$  -  $b = \frac{A}{a}$  -  $U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$  -  $a = \frac{U-2 \cdot b}{2}$  -  $b = \frac{U-2 \cdot a}{2}$  -  $d = \sqrt{a^2 + b^2}$  -  $b = \sqrt{d^2 - a^2}$  -  $a = \sqrt{d^2 - b^2}$  -

### 2.3.3 Trapez

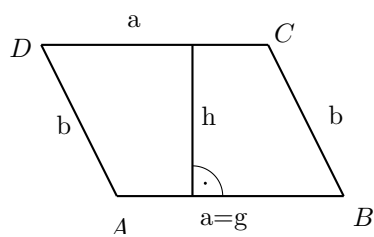


$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

$c$	Grundlinie $c$	$m$
$a$	Grundlinie $a$	$m$
$h$	Höhe	$m$
$A$	Fläche	$m^2$
$a = \frac{2 \cdot A}{h} - c \quad c = \frac{2 \cdot A}{h} - a \quad h = \frac{2 \cdot A}{a+c}$		

Interaktive Inhalte:  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$  -  $a = \frac{2 \cdot A}{h} - c$  -  $c = \frac{2 \cdot A}{h} - a$  -  $h = \frac{2 \cdot A}{a+c}$  -

### 2.3.4 Parallelogramm

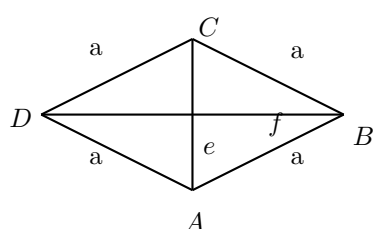


$$A = g \cdot h$$

$h$	Höhe	$m$
$g$	Grundlinie	$m$
$A$	Fläche	$m^2$
$g = \frac{A}{h} \quad h = \frac{A}{g}$		

Interaktive Inhalte:  $A = g \cdot h$  -  $g = \frac{A}{h}$  -  $h = \frac{A}{g}$  -

### 2.3.5 Raute

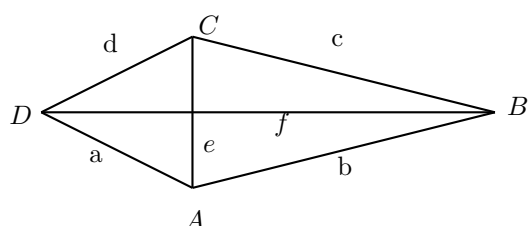


$$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$$

$f$	Diagonale $f$	$m$
$e$	Diagonale $e$	$m$
$A$	Fläche	$m^2$
$e = \frac{2 \cdot A}{f} \quad f = \frac{2 \cdot A}{e}$		

Interaktive Inhalte:  $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$  -  $e = \frac{2 \cdot A}{f}$  -  $f = \frac{2 \cdot A}{e}$  -

## 2.3.6 Drachen



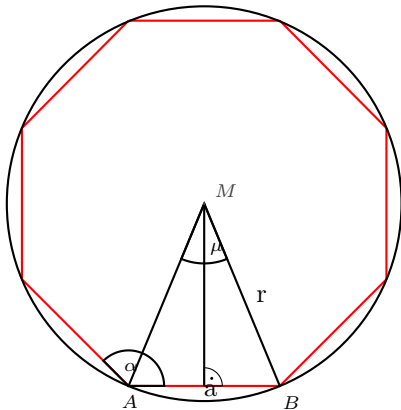
$$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$$

$f$	Diagonale f	$m$
$e$	Diagonale e	$m$
$A$	Fläche	$m^2$
$e = \frac{2 \cdot A}{f}$		$f = \frac{2 \cdot A}{e}$

Interaktive Inhalte:  $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$  -  $e = \frac{2 \cdot A}{f}$  -  $f = \frac{2 \cdot A}{e}$  -

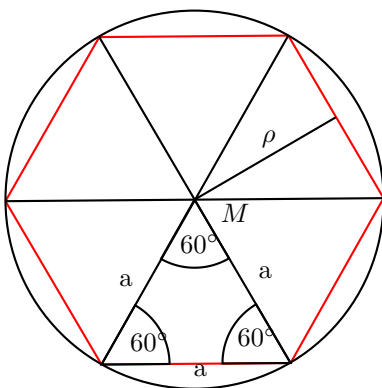
## 2.4 Polygone (n-Ecken)

### 2.4.1 Regelmäßiges n-Eck



Seitenlänge n-Eck:  $a = 2 \cdot r \sin \frac{\mu}{2}$   
 Mittelpunktswinkel:  $\mu = \frac{360^\circ}{n}$   
 Innenwinkel:  $\alpha = 180^\circ - \mu$   
 Fläche:  $A = n \cdot A_D = \frac{n}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \mu$

### 2.4.2 Sechseck



Seitenlänge 6-Eck:  $a = r$   
 Mittelpunktswinkel:  $\mu = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$   
 Innenwinkel:  $\alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$$A = \frac{3 \cdot a^2}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$a$	Grundlinie a	$m$
$A$	Fläche	$m^2$
$a = \sqrt{\frac{A \cdot 2}{3 \cdot \sqrt{3}}}$		

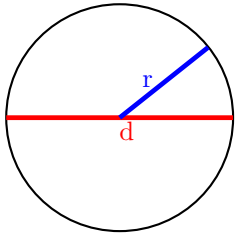
$$\rho = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$\rho$	Inkreisradius	$m$
$a$	Grundlinie a	$m$
$a = \frac{\rho \cdot 2}{\sqrt{3}}$		

Interaktive Inhalte:  $A = \frac{3 \cdot a^2}{2} \cdot \sqrt{3}$  -  $a = \sqrt{\frac{A \cdot 2}{3 \cdot \sqrt{3}}}$  -  $\rho = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$  -  $a = \frac{\rho \cdot 2}{\sqrt{3}}$  -

## 2.5 Kreis

### 2.5.1 Kreis



$$d = 2 \cdot r$$

$r$	Radius	$m$
$d$	Durchmesser	$m$
$r = \frac{d}{2}$		

$$A = r^2 \cdot \pi$$

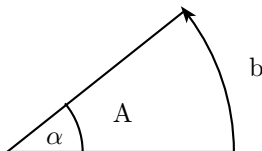
$\pi$	Kreiszahl	3,1415927
$r$	Radius	$m$
$A$	Fläche	$m^2$
$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$		

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$\pi$	Kreiszahl	3,1415927
$r$	Radius	$m$
$U$	Umfang	$m$
$r = \frac{U}{2 \cdot \pi}$		

Interaktive Inhalte:  $d = 2 \cdot r$  -  $r = \frac{d}{2}$  -  $A = r^2 \cdot \pi$  -  $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$  -  $U = 2 \cdot r \cdot \pi$  -  $r = \frac{U}{2 \cdot \pi}$  -

### 2.5.2 Kreissektor (Grad)



$$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$$

$\alpha$	Winkel	$^\circ$
$\pi$	Kreiszahl	3,1415927
$r$	Radius	$m$
$A$	Fläche	$m^2$
$r = \sqrt{\frac{A \cdot 360}{\alpha \cdot \pi}}$ $\alpha = \frac{A \cdot 360}{r^2 \cdot \pi}$		

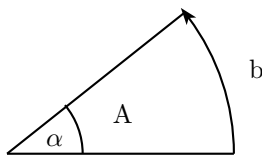
$$b = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$$

$\pi$	Kreiszahl	3,1415927
$r$	Radius	$m$
$\alpha$	Winkel	$^\circ$
$b$	Kreisbogen	$m$
$r = \frac{b \cdot 360}{\alpha \cdot \pi \cdot 2}$ $\alpha = \frac{b \cdot 360}{r \cdot \pi \cdot 2}$		

Interaktive Inhalte:  $A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$  -  $r = \sqrt{\frac{A \cdot 360}{\alpha \cdot \pi}}$  -  $\alpha = \frac{A \cdot 360}{r^2 \cdot \pi}$  -  $b = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$  -  $r = \frac{b \cdot 360}{\alpha \cdot \pi \cdot 2}$  -  $\alpha = \frac{b \cdot 360}{r \cdot \pi \cdot 2}$  -



### 2.5.3 Kreissektor (Bogenmaß)



$$A = \frac{r^2 \cdot x}{2}$$

$x$  Winkel  $x$  rad

$r$  Radius  $m$

$A$  Fläche  $m^2$

$$r = \sqrt{\frac{A \cdot 2}{x}} \quad x = \frac{A \cdot 2}{r^2}$$

$$b = r \cdot x$$

$r$  Radius  $m$

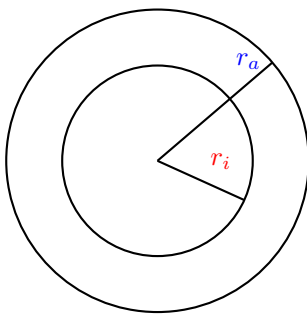
$x$  Winkel  $x$  rad

$b$  Kreisbogen  $m$

$$r = \frac{b}{x} \quad x = \frac{b}{r}$$

Interaktive Inhalte:  $A = \frac{r^2 \cdot x}{2}$  -  $r = \sqrt{\frac{A \cdot 2}{x}}$  -  $x = \frac{A \cdot 2}{r^2}$  -  $b = r \cdot x$  -  $r = \frac{b}{x}$  -  $x = \frac{b}{r}$  - [hier klicken](#)

### 2.5.4 Kreisring



$$A = (r_a^2 - r_i^2) \cdot \pi$$

$\pi$  Kreiszahl

3,1415927

$r_a$  Radius (äußerer Kreis)  $m$

$r_i$  Radius (innerer Kreis)  $m$

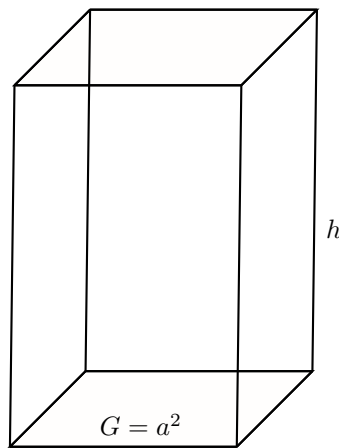
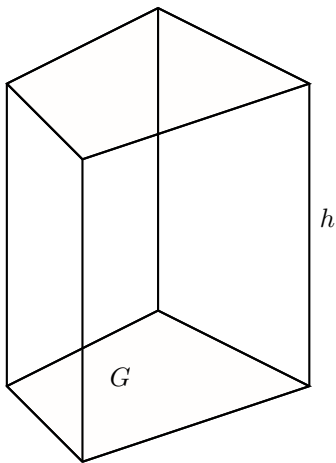
$A$  Fläche  $m^2$

$$r_a = \sqrt{\frac{A}{\pi} + r_i^2} \quad r_i = \sqrt{r_a^2 - \frac{A}{\pi}}$$

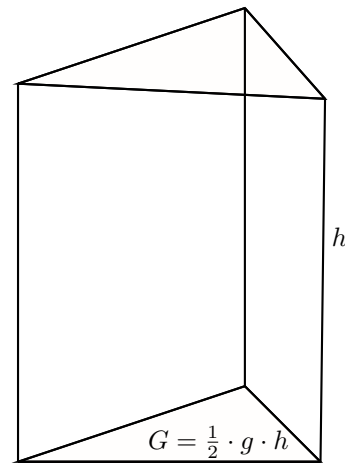
Interaktive Inhalte:  $A = (r_a^2 - r_i^2) \cdot \pi$  -  $r_a = \sqrt{\frac{A}{\pi} + r_i^2}$  -  $r_i = \sqrt{r_a^2 - \frac{A}{\pi}}$  -

## 2.6 Stereometrie

### 2.6.1 Prisma



Quadratisches Prisma



Dreieitiges Prisma

$$V = G \cdot h$$

$h$  Körperhöhe  $m$   
 $G$  Grundfläche  $m^2$   
 $V$  Volumen  $m^3$

$$G = \frac{V}{h} \quad h = \frac{V}{G}$$

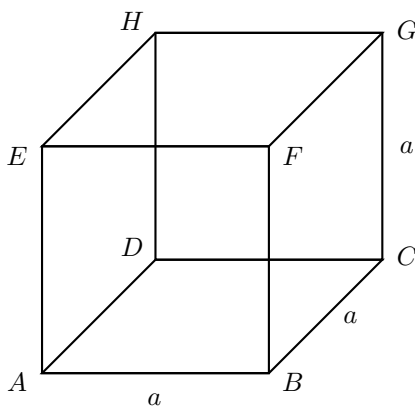
$$O = 2 \cdot G + M$$

$M$  Mantelfläche  $m^2$   
 $G$  Grundfläche  $m^2$   
 $O$  Oberfläche  $m^2$

$$G = \frac{O-M}{2} \quad M = O - 2 \cdot G$$

Interaktive Inhalte:  $V = G \cdot h$  -  $G = \frac{V}{h}$  -  $h = \frac{V}{G}$  -  $O = 2 \cdot G + M$  -  $G = \frac{O-M}{2}$  -  $M = O - 2 \cdot G$  -

### 2.6.2 Würfel



$$V = a^3$$

$a$  Seite  $m$   
 $V$  Volumen  $m^3$

$$a = \sqrt[3]{V}$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$a$  Seite  $m$   
 $O$  Oberfläche  $m^2$

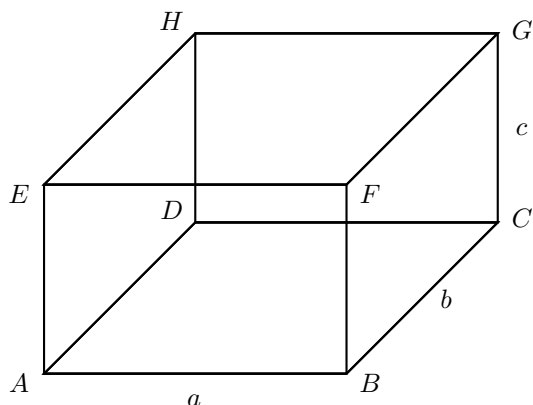
$$a = \sqrt{\frac{O}{6}}$$

$$d = a \cdot \sqrt{3}$$

$a$  Seite  $m$   
 $d$  Raumdiagonale  $m$   
 $a = \frac{d}{\sqrt{3}}$

Interaktive Inhalte:  $V = a^3$  -  $a = \sqrt[3]{V}$  -  $O = 6 \cdot a^2$  -  $a = \sqrt{\frac{O}{6}}$  -  $d = a \cdot \sqrt{3}$  -  $a = \frac{d}{\sqrt{3}}$  -

### 2.6.3 Quader



$$V = a \cdot b \cdot c$$

$c$  Höhe  $m$   
 $b$  Breite  $m$   
 $a$  Länge  $m$   
 $V$  Volumen  $m^3$   
 $a = \frac{V}{b \cdot c}$   $b = \frac{V}{a \cdot c}$   $c = \frac{V}{b \cdot a}$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

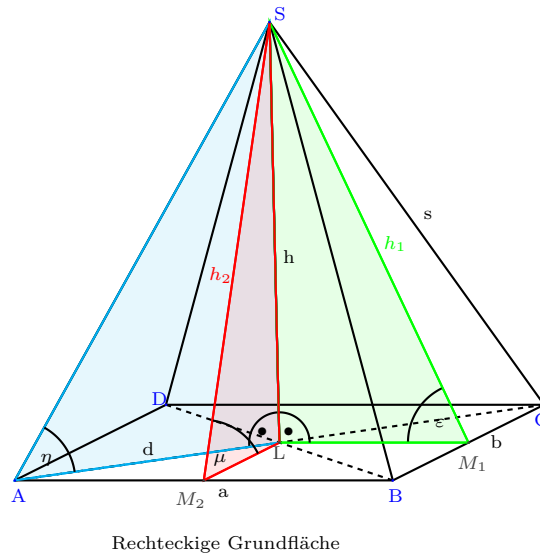
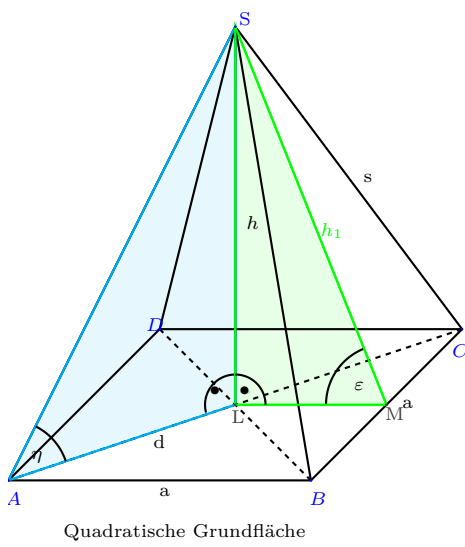
$c$  Höhe  $m$   
 $b$  Breite  $m$   
 $a$  Länge  $m$   
 $O$  Oberfläche  $m^2$   
 $a = \frac{O - 2 \cdot b \cdot c}{2 \cdot (b + c)}$   $b = \frac{O - 2 \cdot a \cdot c}{2 \cdot (a + c)}$   $c = \frac{O - 2 \cdot b \cdot a}{2 \cdot (b + a)}$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$c$  Höhe  $m$   
 $b$  Breite  $m$   
 $a$  Länge  $m$   
 $d$  Raumdiagonale  $m$   
 $a = \sqrt{d^2 - b^2 - c^2}$   $b = \sqrt{d^2 - a^2 - c^2}$   $c = \sqrt{d^2 - b^2 - a^2}$

Interaktive Inhalte:  $V = a \cdot b \cdot c$  -  $a = \frac{V}{b \cdot c}$  -  $b = \frac{V}{a \cdot c}$  -  $c = \frac{V}{b \cdot a}$  -  $O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$  -  $a = \frac{O - 2 \cdot b \cdot c}{2 \cdot (b + c)}$  -  $b = \frac{O - 2 \cdot a \cdot c}{2 \cdot (a + c)}$  -  $c = \frac{O - 2 \cdot b \cdot a}{2 \cdot (b + a)}$  -  $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$  -  $a = \sqrt{d^2 - b^2 - c^2}$  -  $b = \sqrt{d^2 - a^2 - c^2}$  -  $c = \sqrt{d^2 - b^2 - a^2}$  -

### 2.6.4 Pyramide



#### Volumen

$$V = \frac{1}{3}G \cdot h$$

Körperhöhe	$h$	$m$	Meter
Grundfläche	$G$	$m^2$	Quadratmeter
Volumen	$V$	$m^3$	Kubikmeter
$G = \frac{3 \cdot V}{h}$		$h = \frac{3 \cdot V}{G}$	

#### Oberfläche

$$O = G + M$$

Grundfläche	$G$	$m^2$	Quadratmeter
Mantelfläche	$M$	$m^2$	Quadratmeter
Oberfläche	$O$	$m^2$	Quadratmeter
$G = O - M$		$M = O - G$	

### Quadratische Pyramide

$$\text{Pythagoras im } \triangle ABC \quad d^2 = a^2 + a^2 \quad d = a\sqrt{2}$$

$$\text{Pythagoras im } \triangle LMS \quad h_1^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$

$$\text{Pythagoras im } \triangle ALS \quad s^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2$$

$$\text{Mantelfläche} \quad M = 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$$

$$\text{Grundfläche} \quad G = a^2$$

$$\text{Oberfläche} \quad O = G + M$$

$$\text{Volumen} \quad V = \frac{1}{3} G \cdot h \quad V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$$

Winkel zwischen der Seitenkante und der Grundfläche

$$\angle CAS \quad \tan \eta = \frac{h}{\frac{1}{2}d}$$

Winkel zwischen der Seitenfläche  $\triangle BCS$  und der Grundfläche

$$\angle SML \quad \tan \epsilon = \frac{h}{\frac{1}{2}a}$$

$$\text{Pythagoras im } \triangle ABC \quad d = \sqrt{a^2 + a^2}$$

$$d = \sqrt{(3m)^2 + (3m)^2} = 4,24m$$

$$\text{Pythagoras im } \triangle LM_1S \quad h_1 = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}$$

$$h_1 = \sqrt{\left(\frac{3m}{2}\right)^2 + (5m)^2} = 5,22m$$

$$\text{Pythagoras im } \triangle ALS \quad s = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2}$$

$$s = \sqrt{\left(\frac{4,24m}{2}\right)^2 + (5m)^2} = 5,43m$$

$$\text{Mantelfläche} \quad M = 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$$

$$M = 4 \cdot \frac{1}{2} 3m \cdot 5,22m = 31,3m^2$$

$$\text{Grundfläche} \quad G = a^2$$

$$G = (3m)^2 = 9m^2$$

$$\text{Oberfläche} \quad O = G + M$$

$$O = 9m^2 + 31,3m^2 = 40,3m^2$$

$$\text{Volumen} \quad V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} (3m)^2 \cdot 5m = 15m^3$$

$$\angle CAS \quad \tan \eta = \frac{h}{\frac{1}{2}d}$$

$$\tan \eta = \frac{5m}{\frac{1}{2}4,24m}$$

$$\eta = 67^\circ$$

$$\angle SM_1L \quad \tan \epsilon = \frac{h}{\frac{1}{2}a}$$

$$\tan \epsilon = \frac{5m}{\frac{1}{2}3m}$$

$$\epsilon = 73,3^\circ$$

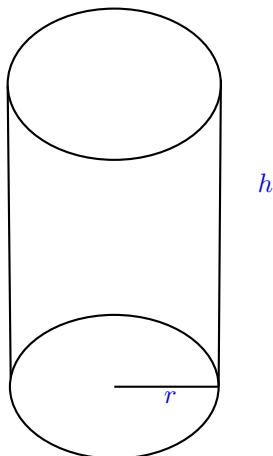
**Rechteckige Pyramide**

Pythagoras im  $\triangle ABC$   $d^2 = a^2 + b^2$   
 Pythagoras im  $\triangle LM_1S$   $h_1^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$   
 Pythagoras im  $\triangle LM_2S$   $h_2^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$   
 Pythagoras im  $\triangle ALS$   $s^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2$   
 Mantelfläche  $M = 2 \cdot \frac{1}{2}a \cdot h_2 + 2 \cdot \frac{1}{2}b \cdot h_1$   
 Grundfläche  $G = a \cdot b$   
 Oberfläche  $O = G + M$   
 Volumen  $V = \frac{1}{3}G \cdot h$   $V = \frac{1}{3}a \cdot b \cdot h$   
 Winkel zwischen der Seitenkante und der Grundfläche  
 $\angle CAS$   $\tan \eta = \frac{h}{\frac{1}{2}d}$   
 Winkel zwischen der Seitenfläche  $\triangle BCS$  und der Grundfläche  
 $\angle SM_1L$   $\tan \epsilon = \frac{h}{\frac{1}{2}a}$   
 Winkel zwischen der Seitenfläche  $\triangle ABC$  und der Grundfläche  
 $\angle SM_2L$   $\tan \mu = \frac{h}{\frac{1}{2}b}$

Pythagoras im  $\triangle ABC$   $d = \sqrt{a^2 + b^2}$   
 $d = \sqrt{(3m)^2 + (4m)^2} = 5m$   
 Pythagoras im  $\triangle LM_1S$   $h_1 = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}$   
 $h_1 = \sqrt{\left(\frac{3m}{2}\right)^2 + (5m)^2} = 5,22m$   
 Pythagoras im  $\triangle LM_2S$   $h_2 = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2}$   
 $h_2 = \sqrt{\left(\frac{4m}{2}\right)^2 + (5m)^2} = 5,39m$   
 Pythagoras im  $\triangle ALS$   $s = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2}$   
 $s = \sqrt{\left(\frac{5m}{2}\right)^2 + (5m)^2} = 5,59m$   
 Mantelfläche  $M = 2 \cdot \frac{1}{2}a \cdot h_2 + 2 \cdot \frac{1}{2}b \cdot h_1$   
 $M = 2 \cdot \frac{1}{2}3m \cdot 5,39m + 2 \cdot \frac{1}{2}4m \cdot 5,22m = 37m^2$   
 Grundfläche  $G = a \cdot b$   
 $G = 3m \cdot 4m = 12m^2$   
 Oberfläche  $O = G + M$   
 $O = 12m^2 + 37m^2 = 49m^3$   
 Volumen  $V = \frac{1}{3}a \cdot b \cdot h$   
 $V = \frac{1}{3}3m \cdot 4m \cdot 5m = 20m^3$   
 $\angle CAS$   $\tan \eta = \frac{h}{\frac{1}{2}d}$   
 $\tan \eta = \frac{5m}{\frac{1}{2}5m}$   
 $\eta = 63,4^\circ$   
 $\angle SM_1L$   $\tan \epsilon = \frac{h}{\frac{1}{2}a}$   
 $\tan \epsilon = \frac{5m}{\frac{1}{2}3m}$   
 $\epsilon = 73,3^\circ$   
 $\angle SM_2L$   $\tan \mu = \frac{h}{\frac{1}{2}b}$   
 $\tan \mu = \frac{5m}{\frac{1}{2}4m}$   
 $\mu = 68,2^\circ$

Interaktive Inhalte:  $V = \frac{1}{3}G \cdot h$  -  $G = \frac{3 \cdot V}{h}$  -  $h = \frac{3 \cdot V}{G}$  -  $O = G + M$  -  $G = O - M$  -  $M = O - G$  - Rechteckige Pyramide - Quadratische Pyramide -

**2.6.5 Kreiszyylinder**



$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

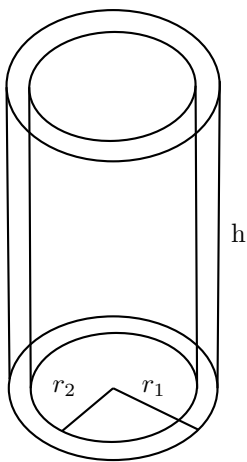
$h$	Körperhöhe	$m$	
$\pi$	Kreiszahl		3,1415927
$r$	Radius	$m$	
$V$	Volumen	$m^3$	
$r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$		$h = \frac{V}{r^2 \cdot \pi}$	

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h)$$

$h$	Körperhöhe	$m$	
$\pi$	Kreiszahl		3,1415927
$r$	Radius	$m$	
$O$	Oberfläche	$m^2$	
$r = 0,5 \cdot (-h + \sqrt{h^2 + \frac{O}{\pi}})$		$h = \frac{0 - 2 \cdot \pi \cdot r^2}{2 \cdot r \cdot \pi}$	

Interaktive Inhalte:  $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$  -  $r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$  -  $h = \frac{V}{r^2 \cdot \pi}$  -  $O = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h)$  -  $r = 0,5 \cdot (-h + \sqrt{h^2 + \frac{O}{\pi}})$  -  $h = \frac{0 - 2 \cdot \pi \cdot r^2}{2 \cdot r \cdot \pi}$  -

### 2.6.6 Hohlzylinder

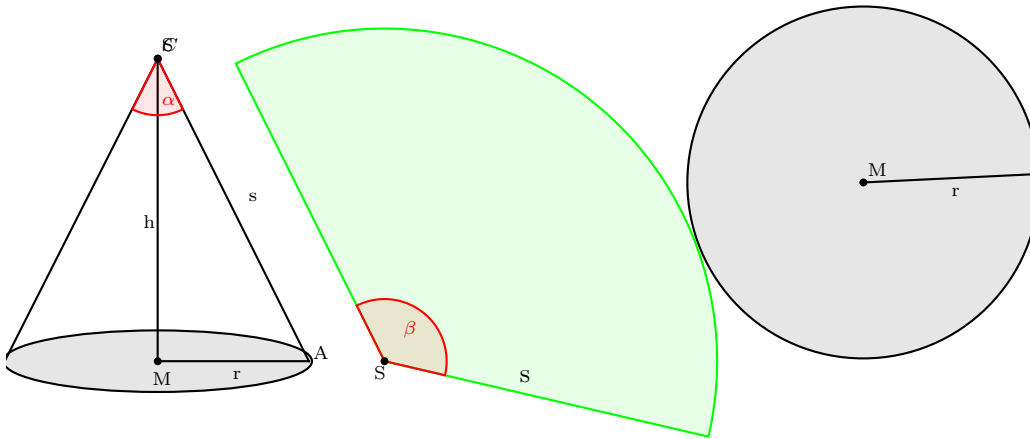


$$V = (r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi \cdot h$$

$h$	Körperhöhe	$m$	
$\pi$	Kreiszahl		3,1415927
$r_2$	Radius 2	$m$	
$r_1$	Radius 1	$m$	
$V$	Volumen	$m^3$	
$r_1 = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h} + r_2^2}$		$r_2 = \sqrt{r_1^2 - \frac{V}{\pi \cdot h}}$	
$h = \frac{V}{(r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi}$			

Interaktive Inhalte:  $V = (r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi \cdot h$  -  $r_1 = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h} + r_2^2}$  -  $r_2 = \sqrt{r_1^2 - \frac{V}{\pi \cdot h}}$  -  $h = \frac{V}{(r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi}$  -

### 2.6.7 Kreiskegel



$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$h$	Höhe	$m$	
$\pi$	Kreiszahl		3,1415927
$r$	Radius	$m$	
$V$	Volumen	$m^3$	
$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$		$h = \frac{3 \cdot V}{r^2 \cdot \pi}$	

$$O = r \cdot \pi \cdot (r + s)$$

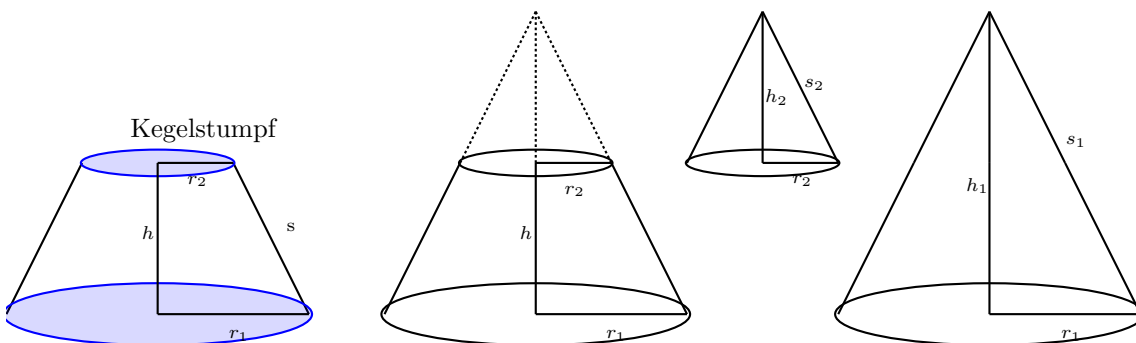
$s$	Mantellinie	$m$	
$r$	Radius	$m$	
$\pi$	Kreiszahl		3,1415927
$O$	Oberfläche	$m^2$	
$s = \frac{O}{r \cdot \pi} - r$		$r = \frac{-\pi \cdot s + \sqrt{(\pi \cdot s)^2 + 4 \cdot \pi \cdot O}}{2 \cdot \pi}$	

$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$s$	Mantellinie	$m$	
$r$	Radius	$m$	
$h$	Höhe	$m$	
$r = \sqrt{s^2 - h^2}$		$h = \sqrt{s^2 - r^2}$	

Interaktive Inhalte:  $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$  -  $r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$  -  $h = \frac{3 \cdot V}{r^2 \cdot \pi}$  -  $O = r \cdot \pi \cdot (r + s)$  -  $s = \frac{O}{r \cdot \pi} - r$  -  $r = \frac{-\pi \cdot s + \sqrt{(\pi \cdot s)^2 + 4 \cdot \pi \cdot O}}{2 \cdot \pi}$  -  $s = \sqrt{h^2 + r^2}$  -  $r = \sqrt{s^2 - h^2}$  -  $h = \sqrt{s^2 - r^2}$  -

### 2.6.8 Kegelstumpf





**Kegelstumpf**

Strahlensatz	
$\frac{h_2}{h_1} = \frac{r_2}{r_1}$	$\frac{s_2}{s_1} = \frac{r_2}{r_1}$
$h_1 = h_2 + h$	$s_1 = s_2 + s$
$\frac{h_2}{h_2 + h} = \frac{r_2}{r_1}$	$\frac{s_2}{s_2 + s} = \frac{r_2}{r_1}$
$h_2 \cdot r_1 = r_2 \cdot (h_2 + h)$	$s_2 \cdot r_1 = r_2 \cdot (s_2 + s)$
$h_2 \cdot r_1 = r_2 \cdot h_2 + r_2 \cdot h$	$s_2 \cdot r_1 = r_2 \cdot s_2 + r_2 \cdot s$
$h_2 \cdot r_1 - r_2 \cdot h_2 = r_2 \cdot h$	$s_2 \cdot r_1 - r_2 \cdot s_2 = r_2 \cdot s$
$h_2 \cdot (r_1 - r_2) = r_2 \cdot h$	$s_2 \cdot (r_1 - r_2) = r_2 \cdot s$
$h_2 = \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2}$	$s_2 = \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2}$
$h_1 = h_2 + h$	$s_1 = s_2 + s$

Pythagoras

$$s_2^2 = r_2^2 + h_2^2 \quad s_1^2 = r_1^2 + h_1^2$$

Mantelfläche  $M = r_1 \cdot \pi \cdot s_1 - r_2 \cdot \pi \cdot s_2$

Grund- und Deckfläche  $G = r_1^2 \pi \quad D = r_2^2 \pi$

Oberfläche  $O = G + D + M$

Volumen  $V = \frac{1}{3} r_1^2 \cdot \pi \cdot h_1 - \frac{1}{3} r_2^2 \cdot \pi \cdot h_2$

$h = 5m$   
 $\pi = 3,14$   
 $r_2 = 3m$   
 $r_1 = 4m$   
 $h_2 = \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} = \frac{3m \cdot 5m}{4m - 3m} = 15m$   
 $h_1 = h_2 + h = 15m + 5m$   
 Pythagoras  
 $s_2 = \sqrt{r_2^2 + h_2^2} \quad s_1 = \sqrt{r_1^2 + h_1^2}$   
 $s_2 = \sqrt{(3m)^2 + (15m)^2} = 15,3m$   
 $s_1 = \sqrt{(4m)^2 + (20m)^2} = 20,4m$   
 Mantelfläche  $M = r_1 \cdot \pi \cdot s_1 - r_2 \cdot \pi \cdot s_2$   
 $M = 4m \cdot \pi \cdot 20,4m - 3m \cdot \pi \cdot 15,3m = 112m^2$   
 Grund- und Deckfläche  $G = r_1^2 \pi \quad D = r_2^2 \pi$   
 $G = (4m)^2 \pi = 50,3m^2$   
 $D = (3m)^2 \pi = 28,3m^2$   
 Oberfläche  $O = G + D + M$   
 $O = 50,3m^2 + 28,3m^2 + 112m^2 = 191m^2$   
 Volumen  $V = \frac{1}{3} r_1^2 \cdot \pi \cdot h_1 - \frac{1}{3} r_2^2 \cdot \pi \cdot h_2$   
 $V = \frac{1}{3} 4m^2 \cdot \pi \cdot 20m - \frac{1}{3} 3m^2 \cdot \pi \cdot 15m = 194m^3$

Interaktive Inhalte: [Kegelstumpf](#) -

**2.6.9 Kugel**

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$\pi$	Kreiszahl	3,1415927
$r$	Radius	$m$
$V$	Volumen	$m^3$
$r$		$r = \sqrt[3]{\frac{V \cdot 3}{4 \cdot \pi}}$

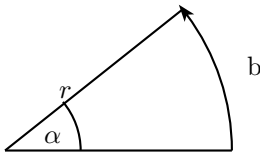
$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$r$	Radius	$m$
$\pi$	Kreiszahl	3,1415927
$O$	Oberfläche	$m^2$
$r$		$r = \sqrt{\frac{O}{\pi \cdot 4}}$

Interaktive Inhalte:  $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$  -  $r = \sqrt[3]{\frac{V \cdot 3}{4 \cdot \pi}}$  -  $O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$  -  $r = \sqrt{\frac{O}{\pi \cdot 4}}$  -

## 2.7 Trigonometrie

### 2.7.1 Gradmaß - Bogenmaß



$\alpha(^{\circ})$	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\alpha(rad)$	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	$\pi$
	0	0,5236	0,7854	1,0472	1,5708	2,0944	2,3562	2,618	3,1416
$\alpha(^{\circ})$	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
$\alpha(rad)$	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	$2\pi$	
	3,6652	3,927	4,1888	4,7124	5,236	5,4978	5,7596	6,2832	

#### Definiton Bogenmaß

Das Bogenmaß des Winkels  $x$  (rad), ist die Länge des Kreisbogens  $b$  durch Radius  $r$ .

$$x = \frac{b}{r}$$

Ist der Radius  $r=1$  (Einheitskreis), ist das Bogenmaß des Winkels  $x$  (rad) die Länge des Kreisbogens  $b$ .

$$x = b$$

#### Umrechnung Gradmaß - Bogenmaß

$$\alpha = \frac{180}{\pi} \cdot x$$

$$x = \frac{\pi}{180} \cdot \alpha$$

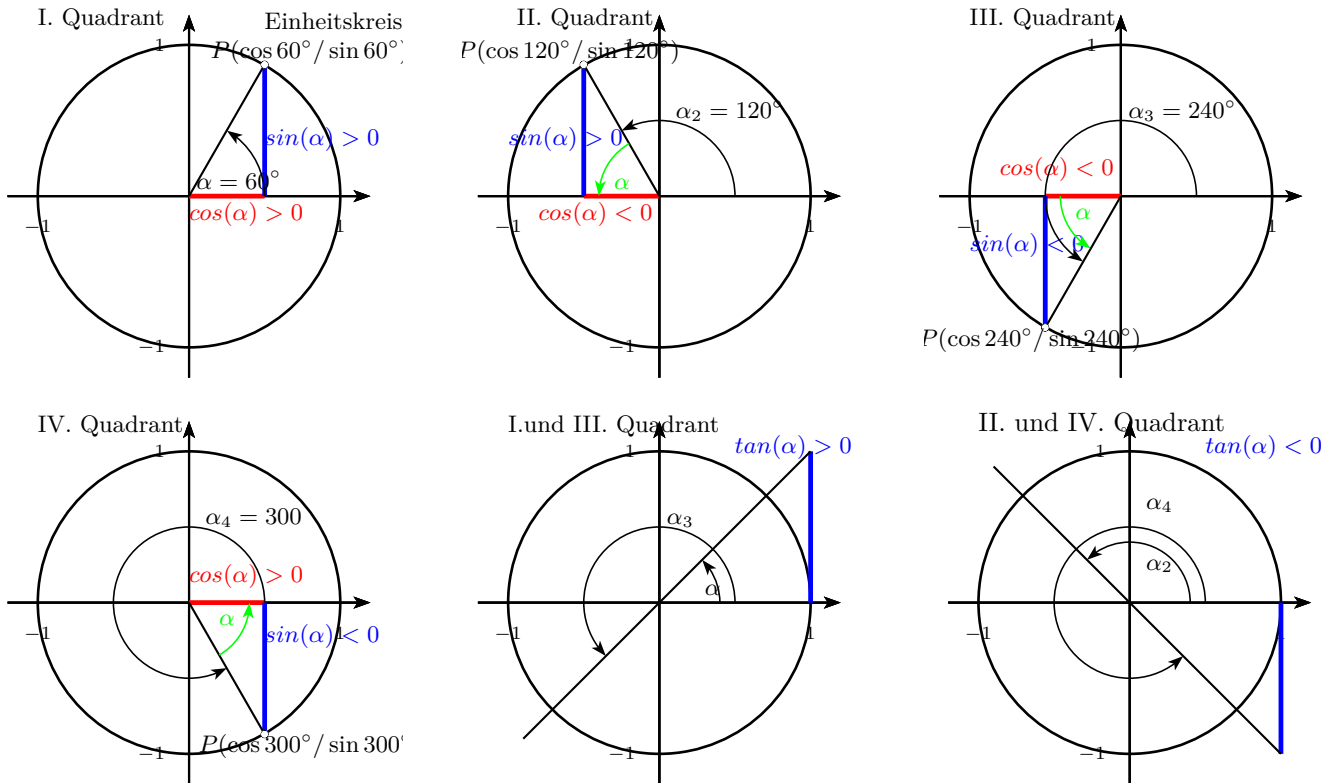
Kreiszahl  $\pi$

$\alpha$  in Gradmaß  $[^{\circ}]$

$x$  in Bogemaß  $[rad]$

Interaktive Inhalte:  $\alpha = \frac{180}{\pi} \cdot x$  -  $x = \frac{\pi}{180} \cdot \alpha$  -

### 2.7.2 Definition



$\alpha(^{\circ})$	$0^{\circ}$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$	$90^{\circ}$	$120^{\circ}$	$135^{\circ}$	$150^{\circ}$	$180^{\circ}$
$x(rad)$	$0^{\circ}$	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	$\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0
$\alpha(^{\circ})$	$210^{\circ}$	$225^{\circ}$	$240^{\circ}$	$270^{\circ}$	$300^{\circ}$	$315^{\circ}$	$330^{\circ}$	$360^{\circ}$	
$x(rad)$	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	$2\pi$	
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	
$\cos \alpha$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	
$\tan \alpha$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	

#### Definition

Punkt auf dem Einheitskreis:

$$P(\cos \alpha / \sin \alpha)$$

Steigung :

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = m$$

I. Quadrant:  $\alpha = 60^{\circ}$

$$\cos(60^{\circ}) = \frac{1}{2}$$

$$\sin(60^{\circ}) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan(45^{\circ}) = 1$$

II. Quadrant:  $\alpha_2 = 120^{\circ}$

$$\cos(120^{\circ}) = \frac{1}{2}$$

$$\sin(120^{\circ}) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan(135^{\circ}) = -1$$

III. Quadrant:  $\alpha_3 = 240^{\circ}$

$$\cos(210^{\circ}) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin(210^{\circ}) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan(225^{\circ}) = 1$$

IV. Quadrant:  $\alpha_4 = 300^{\circ}$

$$\cos(300^{\circ}) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin(300^{\circ}) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan(315^{\circ}) = -1$$

**Komplementwinkel**

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ - \alpha) &= \cos(\alpha) \\ \cos(90^\circ - \alpha) &= \sin(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ - 30^\circ) &= \sin(60^\circ) = \cos(30^\circ) \\ \cos(90^\circ - 30^\circ) &= \cos(60^\circ) = \sin(30^\circ) \end{aligned}$$

**Negative Winkel**

$$\begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin(\alpha) \\ \cos(-\alpha) &= \cos(\alpha) \\ \tan(-\alpha) &= \frac{1}{\tan(\alpha)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(-30^\circ) &= -\sin(30^\circ) \\ \cos(-30^\circ) &= \cos(30^\circ) \\ \tan(-30^\circ) &= \frac{1}{\tan(30^\circ)} \end{aligned}$$

**Interaktive Inhalte:**  $\sin \alpha - \cos \alpha - \tan \alpha - \sin \alpha = y - \cos \alpha = x - \tan \alpha = m -$

**2.7.3 Quadrantenregel** **$\alpha$  in Gradmaß**

I. Quadrant  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$   
 $\sin(\alpha) > 0$      $\cos(\alpha) > 0$      $\tan(\alpha) > 0$

II. Quadrant  $90^\circ < \alpha_2 < 180^\circ$   
 $\sin(\alpha_2) > 0$      $\cos(\alpha_2) < 0$      $\tan(\alpha_2) < 0$   
 $\alpha_2 = 180^\circ - \alpha$   
 $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$   
 $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha)$   
 $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan(\alpha)$

III. Quadrant  $180^\circ < \alpha_3 < 270^\circ$   
 $\sin(\alpha_3) < 0$      $\cos(\alpha_3) < 0$      $\tan(\alpha_3) > 0$   
 $\alpha_3 = 180^\circ + \alpha$   
 $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin(\alpha)$   
 $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos(\alpha)$   
 $\tan(180^\circ + \alpha) = \tan(\alpha)$

IV. Quadrant  $270^\circ < \alpha_4 < 360^\circ$   
 $\sin(\alpha_4) < 0$      $\cos(\alpha_4) > 0$      $\tan(\alpha_4) < 0$   
 $\alpha_4 = 360^\circ - \alpha$   
 $\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin(\alpha)$   
 $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$   
 $\tan(360^\circ - \alpha) = -\tan(\alpha)$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

I Quadrant:  $\alpha_1 = 30^\circ$   
 II Quadrant:  $\alpha_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$   
 $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$   
 III Quadrant:  $\alpha_1 = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$   
 IV Quadrant:  $\alpha_2 = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$   
 $\cos \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 I Quadrant:  $\alpha_1 = 45^\circ$   
 IV Quadrant:  $\alpha_2 = 360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$   
 $\cos \alpha = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 II Quadrant:  $\alpha_1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$   
 III Quadrant:  $\alpha_2 = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ$

**$x$  in Bogenmaß**

I. Quadrant	$0 < x < \frac{\pi}{2}$		
	$\sin(x) > 0$	$\cos(x) > 0$	$\tan(x) > 0$
II. Quadrant	$\frac{\pi}{2} < x_2 < \pi$		
	$\sin(x_2) > 0$	$\cos(x_2) < 0$	$\tan(x_2) < 0$
	$x_2 = \pi - x$		
	$\sin(\pi - x) = \sin(x)$		
	$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$		
	$\tan(\pi - x) = -\tan(x)$		
III. Quadrant	$\pi < x_3 < \frac{3\pi}{2}$		
	$\sin(x_3) < 0$	$\cos(x_3) < 0$	$\tan(x_3) > 0$
	$x_3 = \pi + x$		
	$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$		
	$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$		
	$\tan(\pi + x) = \tan(x)$		
IV. Quadrant	$\frac{3\pi}{2} < x_4 < 2\pi$		
	$\sin(x_4) < 0$	$\cos(x_4) > 0$	$\tan(x_4) < 0$
	$x_4 = 2\pi - x$		
	$\sin(2\pi - x) = -\sin(x)$		
	$\cos(2\pi - x) = \cos(x)$		
	$\tan(2\pi - x) = -\tan(x)$		

Interaktive Inhalte: [sin  \$\alpha\$  - cos  \$\alpha\$  - tan  \$\alpha\$](#)  - [sin  \$\alpha = y\$](#)  - [cos  \$\alpha = x\$](#)  - [tan  \$\alpha = m\$](#)  -

**2.7.4 Umrechnungen****tan - sin - cos**

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\tan \alpha}$$

**sin - cos**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

**Additionstheoreme**

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

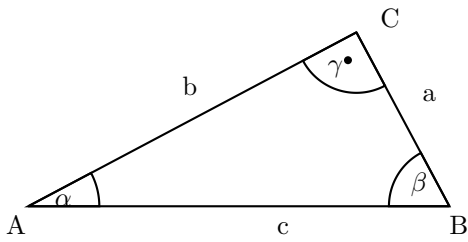
$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1 = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Interaktive Inhalte:  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$  -  $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$  -  $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$  -  $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$  -  $\sin\alpha = \tan\alpha \cdot \cos\alpha$  -  $\cos\alpha = \frac{\sin\alpha}{\tan\alpha}$  -

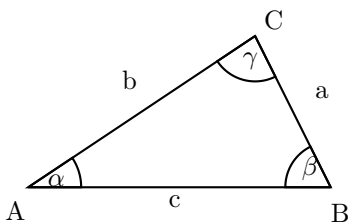
### 2.7.5 Rechtwinkliges Dreieck



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$	$c$ Hypotenuse $m$ $a$ Gegenkathete zu $\alpha$ $m$ $\alpha$ Winkel $^\circ$ $a = \sin\alpha \cdot c$ $c = \frac{a}{\sin\alpha}$
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$	$c$ Hypotenuse $m$ $b$ Ankathete zu $\alpha$ $m$ $\alpha$ Winkel $^\circ$ $b = \cos\alpha \cdot c$ $c = \frac{b}{\cos\alpha}$
$\tan\alpha = \frac{a}{b}$ $\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$	$b$ Ankathete zu $\alpha$ $m$ $a$ Gegenkathete zu $\alpha$ $m$ $\alpha$ Winkel $^\circ$ $a = \tan\alpha \cdot b$ $b = \frac{a}{\tan\alpha}$

Interaktive Inhalte:  $\sin\alpha = \frac{a}{c}$  -  $a = \sin\alpha \cdot c$  -  $c = \frac{a}{\sin\alpha}$  -  $\cos\alpha = \frac{b}{c}$  -  $b = \cos\alpha \cdot c$  -  $c = \frac{b}{\cos\alpha}$  -  $\tan\alpha = \frac{a}{b}$  -  $a = \tan\alpha \cdot b$  -  $b = \frac{a}{\tan\alpha}$  -

### 2.7.6 Sinussatz



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} \quad / \cdot \sin \beta \quad / \cdot \sin \alpha$$

$$a \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \alpha \quad / : b$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b}$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} \quad / \cdot \sin \alpha$$

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \alpha}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b} \quad \sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a} \quad \sin \beta = \frac{b \cdot \sin \gamma}{c}$$

$$\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a} \quad \sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \beta}{b}$$

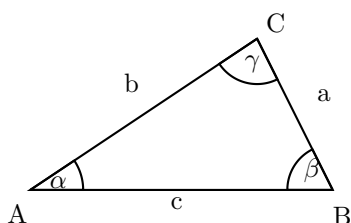
$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} \quad a = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} \quad b = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} \quad c = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

Interaktive Inhalte:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$  -  $a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$  -  $\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b}$  -

### 2.7.7 Kosinussatz



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha \quad / - a^2$$

$$0 = b^2 + c^2 - a^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha \quad / + 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha = b^2 + c^2 - a^2 \quad / : (2 \cdot b \cdot c)$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha} \quad \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta} \quad \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma} \quad \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

Interaktive Inhalte:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$  -  $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha}$  -  $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$  -

### 2.7.8 Kongruenzsätze - Berechnungen am Dreieck

#### Seite - Seite - Seite (SSS)

Seite	Seite	Seite
a	b	c

1. Zwei Winkel mit Kosinus-Satz berechnen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha \quad / - a^2 \quad / + 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

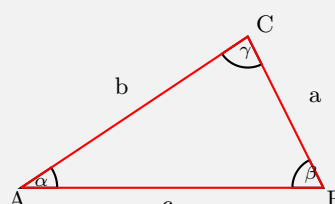
$$2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha = b^2 + c^2 - a^2 \quad / : (2 \cdot b \cdot c)$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

entsprechend

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} \quad \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

2. Fehlenden Winkel über die Winkelsumme im Dreieck berechnen

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$


$a = 2,2 \quad b = 3,6 \quad c = 4$   
 $\cos \alpha = \frac{3,6^2 + 4^2 - 2,2^2}{2 \cdot 3,6 \cdot 4}$   
 $\cos \alpha = 0,8$   
 $\alpha = \arccos(0,8)$   
 $\alpha = 33,1^\circ$   
 $\cos \beta = \frac{2,2^2 + 4^2 - 3,6^2}{2 \cdot 2,2 \cdot 4}$   
 $\cos \beta = 0,4$   
 $\beta = \arccos(0,4)$   
 $\beta = 63,4^\circ$   
 $\gamma = 180^\circ - 33,1^\circ - 63,4^\circ$   
 $\gamma = 83,5^\circ$

#### Seite - Winkel - Seite (SWS)

Seite	Winkel	Seite
a	$\beta$	c
a	$\gamma$	b
b	$\alpha$	c

1. Gegenüberliegende Seite mit Kosinussatz berechnen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha}$$

entsprechend

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

2. Winkel mit Kosinussatz berechnen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha \quad / - a^2 \quad / + 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

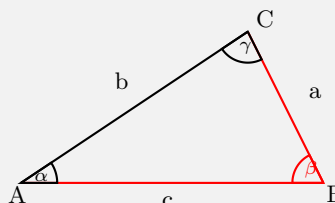
$$2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha = b^2 + c^2 - a^2 \quad / : (2 \cdot b \cdot c)$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

entsprechend

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} \quad \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

3. Fehlenden Winkel über die Winkelsumme im Dreieck berechnen

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$


$a = 2,2 \quad c = 4 \quad \beta = 63,4^\circ$   
 $b = \sqrt{2,2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2,2 \cdot 4 \cdot \cos 63,4^\circ}$   
 $b = 3,6$   
 $\cos \alpha = \frac{3,6^2 + 4^2 - 2,2^2}{2 \cdot 3,6 \cdot 4}$   
 $\cos \alpha = 0,8$   
 $\alpha = \arccos(0,8)$   
 $\alpha = 33,1^\circ$   
 $\gamma = 180^\circ - 33,1^\circ - 63,4^\circ$   
 $\gamma = 83,5^\circ$



**Winkel - Seite - Winkel (WSW,WWS)**

Winkel	Seite	Winkel	Winkel	Winkel	Seite
$\alpha$	c	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	a
$\alpha$	b	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	b
$\beta$	a	$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$	a
			$\alpha$	$\gamma$	c
			$\beta$	$\gamma$	b
			$\beta$	$\gamma$	c

1. Fehlenden Winkel über die Winkelsumme im Dreieck berechnen

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

2. Eine Seite über den Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta} \quad / \cdot \sin \beta$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

entsprechend

$$b = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} \quad c = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} \quad a = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

3. Fehlende Seite mit dem Kosinussatz berechnen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha}$$

entsprechend

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

$a = 2,2 \quad \alpha = 33,1^\circ \quad \beta = 63,4^\circ$   
 $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$   
 $\gamma = 180^\circ - 33,1^\circ - 63,4^\circ$   
 $\gamma = 83,5^\circ$   
 $b = \frac{2,2 \cdot \sin 63,4}{\sin 33,1}$   
 $b = 3,6$   
 $c = \sqrt{2,2^2 + 3,6^2 - 2 \cdot 2,2 \cdot 3,6 \cdot \cos 83,5^\circ}$   
 $c = 4$

## Seite - Seite - Winkel (SsW)

Seite	Seite	Winkel	
a	b	$\alpha$	$a > b$
a	b	$\beta$	$b > a$
a	c	$\alpha$	$a > c$
a	c	$\gamma$	$c > a$
b	c	$\beta$	$b > c$
b	c	$\gamma$	$c > b$

1. Winkel mit dem Sinussatz berechnen

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \quad / \cdot \sin \beta \quad / \cdot \sin \alpha$$

$$a \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \alpha \quad / : b$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b}$$

entsprechend

$$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a} \quad \sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a}$$

2. Fehlenden Winkel über die Winkelsumme im Dreieck berechnen

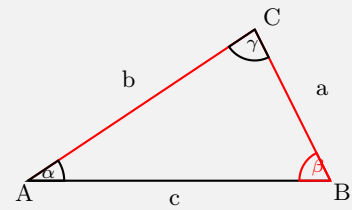
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

3. Fehlende Seite mit dem Kosinussatz berechnen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \beta \quad a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha}$$

entsprechend

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$



$$a = 2,2 \quad b = 3,6 \quad \beta = 63,4^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{2,2 \cdot \sin 63,4^\circ}{3,6}$$

$$\sin \alpha = 0,5$$

$$\alpha = \arcsin(0,5)$$

$$\alpha = 33,1^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 33,1^\circ - 63,4^\circ$$

$$\gamma = 83,5^\circ$$

$$c = \sqrt{2,2^2 + 3,6^2 - 2 \cdot 2,2 \cdot 3,6 \cdot \cos 83,5^\circ}$$

$$c = 4$$

Interaktive Inhalte: [hier klicken](#)